QVATTRO LIBRI GEOMETRICI

DI SILVIO BELLI VICENTINO.

Il Primo del Misurare con la vista.

NEL QVALE S'INSEGNA, SENZA TRAVAGLIAR con numeri, à misurar facilissimamente le distantie, l'altezze, e le profondità con il Quadrato Geometrico, e con altri stromenti, de'quali facilmente si può prouedere. con le Figure.

Si mostra ancora vna bellissima via di ritrouare la profondità di qual si voglia mare, & vn modo industrioso di misurar il circuito di tutta la Terra.

GLI ALTRI TRE SONO DELLA Proportione & Proportionalità communi passioni del Quanto.

Vtili, & necessarij alla vera, & facile intelligentia dell'Arithmetica, della Geometria, & di tutte le scientie & arti.

CON PRIVILEGIO.

NON COMEDETIS FRVGES MENDACII

IN VENETIA, Presso Ruberto Megietti. 1595.

A LETTORI.

HAVENDO io benigno lettore longamante prima osseruato, che pochissimi di quelli che si metteuano ad imparare gli elementi Geometrici perseuerauano; anzi che quasi tutti abbandonauano la impresa da principio, per la difficultà, & poca dilettatione, che nell'imparare detti elementi prouauano; mi posi a considerare, quello, che per l'adietro non haueua hauuto ardire di fare per la riuerentia che ragioneuolmente io portauo ad Euclide Megarense Auttore d'essi elementi, per la grandissima auttorità de' suoi scritti acquistata per la antichità, & per la copia d'huomeni di nome, parte de quali, hanno commentati essi elementi, & parte gli hanno ne' suoi libri citati, & per trouarsi soli a' nostri tempi che trattino tal materia: mi posi dico a considerare se la detta difficultà, & poca dilettatione era naturale d'essi elementi, o se nasceua da qualche diffetto dell'Auttore. Et per vn tempo la ragione da vn canto mi dettaua che'l diffetto nascesse per essere la materia d'essi elementi inordinata; & dall'altro canto la detta auttorità mi faceua credere, che quella materia non si potesse con altro miglior modo trattare. Finalmente mi deliberai far proua con ogni mio studio se poteuo scriuere le medesime cose ordinatamente; acciò che se mi veniua fatto, i studiosi se ne potessero far patroni facilmente, & con dilettatione: essendo che l'ordine nelle scientie, & arti è causa, che facilmente s'impari, & l'imparare facilmente è l'istesso diletto. Hor s'io non me

inganno, con l'aiuto diuino ho conseguito lo intento mio; & non solamente mi son confirmato nella opinione, ch'io haueuo intorno all'ordine della materia trattata ne' quindeci libri de gli elementi di Euclide; ma oltre ciò mi par hauer trouato in quelli, molt'altri diffetti importanti. Et acciò, che la verità sia palese, & non ad altro fine, mando hora in luce le Communi Passioni del Quanto. Et perche questa materia è stata trattata da Euclide nel suo quinto libro de gli elementi, voglio in questo loco dire il parer mio intorno ad esso quinto libro, à fine, che il lettore, per suo beneficio, sappia la opinione ch'io ho di quello. Hor a me pare che il detto quinto libro patisca sei oppositioni.

La prima è, che quello non si doueua collocare tra gli elementi Geometrici, perche le cose, che in esso si trattano, sono passioni communi al numero & alla grandezza, & con esse si dimostrano i communi pareri, che esso Euclide ha fatti principij dell'Arithmetica, & della Geometria; onde si doueua porre esso libro, auanti il trattato dell'Arithmetica, & della Geometria.

La seconda è, che le cose, le quali in esso libro si trattano, non si poteuano ragioneuolmente trattare come passioni speciali della grandezza, come esso Euclide ha fatto; essendo quelle, come ho detto, passioni communi al numero, & alla grandezza, perche trattandosi come speciali passioni della grandezza, siamo sforzati replicare le stesse cose nell'Arithmetica, come si vede ch'è stato sforzato Euclide a fare nel suo settimo libro de gli elemẽti, nel quale tratta de' numeri, il che non hauerebbe fatto, se come passioni communi, le hauesse trattate.

La terza è, che le dette cose sono trattate senza ordine. Le proposte settima, ottaua, nona, & decima, che in esso libro si leggono, doueuano essere le prime, perche trattano delle passioni della proportione, & l'altre trattano della proportionalità, & la proportione è semplice rispetto alla proportionalità, perche delle proportioni si fa essa proportionalità, & nelle scientie prima si dimostrano le passioni delle cose semplici, & poi quelle delle composte; essendo che il composito non si può intendere, se prima non si conoscono le cose, delle quali esso è composto.

posto. Oltre di ciò è disordine, che Euclide habbia fatte le dette quattro proposte speciali, potendo con due proposte più communi dimostrare tutto quello, che in esse quattro proposte ha dimostrato, & molto più. Il che si può vedere nel secondo di questi libri. Ancora l'altre proposte d'esso libro sono senza niuno ordine, perche quelle che trattano delle passioni della proportionalità, sono interrotte non solamente dalle dette quattro, ma da altre che sono superflue: delle quali si dirà qui sotto. Ne basta quello, che alcuni dicono per scusa di Euclide circa l'ordine, cioè che i suoi elementi Geometrici sono ordinati; perche le proposte di quelli sempre si dimostrano, o da proposta immediata, o da proposta dimostrata inanzi; perche se questo è ordine, è ordine nel dimostrare, & non è ordine nella materia, che si tratta. Et a trattare una materia ordinatamente, bisogna ordinare le parti di quella, secondo che la Natura le ha disposte; & così esse parti ueniranno ad essere collocate, senza interrompimenti, a' loro lochi conuenienti. Et le dimostrationi di quelle necessariamente seranno ordinate senza hauer bisogno di domande, ne de impertinenti proposte fabricate, solo per dimostrare la seguente a loro, & non perche sieno elementari; perche le proposte elementari, non sono quelle che dimostrano la seguente ad esse solamente, ma sono le passioni del più simplice membro della materia, che si tratta, le quali, se auuiene, che sieno communi o a due, o a più membri d'essa materia, in essa communità si deueno trattare. Et queste hanno uso marauiglioso nel dimostrare l'altre scientie mathematiche, & nell'ordinare, & esequire l'arti piu nobili, come è quella dell'ingegnero, & quella dell'Architetto.

La quarta è, che in esso libro vi sono molte cose superflue; sono in esso superflue tutte le proposte, che dimostrano de i moltiplici solamente, le quali sono in tutto sette; cioè le sei prime, & la quintadecima; sono superflue; perche quello che esse dimostrano senza esse, si può dimostrare de i quanti proportionali, ne i quali si comprendono anco i moltiplici. Oltre le dette sono superflue la vndecima, & la terzadecima; perche dalle sue communi sententie sono dimostrate, & ancora dalla settima proposta; la quarta decima è superflua; perche è dimostrata nella decima sesta; la vigesima, & la vigesima prima; perche

sono

sono dimostrate nella vigesima seconda, & nella vigesima terza, egli è anco superfluo nel numero delle proposte delle passioni della proportione; hauendo fatto quelle quatro: poi che due bastano, anzi dimostrano piu di esse quattro. Oltre di ciò la decima, & la vndecima diffinitioni sono superflue come impertinenti, se però s'hanno da intendere come io credo, che dal primo al terzo di tre quanti continui proportionali vi sia due volte la proportione, ch'è dal primo al secondo, & tre volte se sono quattro; perche ciascuno che sappia, che cosa sia proportionalità continua se ciò essere cosi. Ma quando le dette diffinitioni se intendessero come da i traduttori sono scritte; cioè che il primo all'vltimo di detti tre termini, habbia la proportione doppia, ch'ha il primo al secondo, & tre volte tanto quando sono quattro, è il falso; perche se i detti termini seranno come per essempio nella proportionalità del tre tanti, il primo serà tre volte il secondo, & comparato al terzo serà noue volte esso terzo, ch'è la proportione del primo al secondo triplicata, & non doppia, & comparato al quarto serà vintisette volte quanto quello, ch'è la detta proportione & dal primo al secondo noue volte, & non tre volte tanto come essa diffinitione dice.

La quinta oppositione è, che l sia diminuto nel dichiarare le spetie della proportione; & quelle della proportionalità, & nel trattare le passioni della proportione, non hauendo dimostrato, che le proportioni s'hanno l'vna all'altra come i quanti nel modo dimostrato nel secondo de' miei libri.

La sesta, & vltima oppositione è che egli fa la sua quinta diffinitione proposta immediata, & la fà principal fondamento nelle sue dimostrationi; nondimeno essa è proposta oscura, che ricerca ardua dimostratione, come si può vedere nel fine del terzo de' miei libri doue l'ho dimostrata. Onde ne segue, che le proposte di detto quinto libro non siano dimostrate; Essendo che il mezo della loro dimostratione è ignoto; la qual cosa secondo il mio parere è di molta importantia. Oltre di ciò se essa quinta diffinitione non sta bene, ne anco la settima sta bene, la quale diffinisce con la stessa via la maggiore inugualità, & se queste non stanno bene vanamente ha posto la prima, & seconda

da

da diffinitione della parte, & del moltiplice, poste à fine di poter diffinir queste.

Quello ch'io sento de gli altri libri de gli elementi di Euclide, si leggera nel principio de i miei elementi Geometrici. Accetta dunque benigno lettore con lieto animo questi miei tre libri, & se non troui in essi tutto quel diletto che desideri, incolpa la materia, che in essi si tratta, la quale perche versa intorno il Quanto in vniuersale auuiene, che non è come l'altre mie opere dilettenole. Ma sappi che se tu apprendi bene le cose che in questi tre libri si contengono, tutte le altre mie opere ti seranno facili, & di sommo diletto; perche le proportioni, & le proportionalità sono l'instrumento di trouare la verità nelle mathematiche dimostrationi, & appresso, ciò, hanno in tutte le scientie, & arti vso grandissimo, & l'habito che farai nel studiarle, ti ageuolerà nel processo. Sta sano.

Opere che con l'aiuto de Iddio darà in luce l'Auttore.

Gli Elementi Arithmetici.
Gli Elementi Geometrici.
L'arte di descriuere, inscriuere, circonscriuere, & diuidere le figure.
L'arte de' Numeri.
L'arte del Misurare.
L'arte di descriuere i lochi terrestri.
L'arte dello Ingegnero.
La descrittione del Mondo.
L'arte di descriuere Orologi da Sole.

LIBRO DEL MISVRAR CON LA VISTA DI SILVIO BELLI VICENTINO.

Quello, che si contiene in questo Libro, & la diuision d'esso.

CERTAMENTE è cosa marauigliosa il misurar con la vista, poi che da ogniuno, che non sà la ragione par del tutto impossibile; conciosia cosa, che non può capire nell'animo, che l'huomo vedendo da lontano due Città (per dir così) senza approssimarsi à quelle, possa misurare la distanza, la quale è da l'vna à l'altra di esse; ò per lo medesimo modo possa misurare vn'altezza, & vna profondità; nondimeno ciò si fà con facilità: & io in questo libro ho mostrato come si faccia senza l'arte de'numeri, onde diuiene ancor piu facile, e si partecipa à quelli, che non sanno essa arte de'numeri, il qual modo fin'hora, per quel ch'io sappia, non è stato trattato da niun'altro; perche ho letto i libri di molti, i quali hanno scritto del misurar con la vista, & ho veduto, che tutti l'insegnano con l'aiuto di detta arte de'Numeri. Ho diuiso il Libro in tre parti; perche tre sono le parti di questo genere di misurare, conciosia, che si misuri con la vista la linea retta, che s'estende da vn termine ad un'altro, tolti in due cose, le quali si veggono; & quando quella s'estende abbassata soura vn piano, diciamo misurarsi la distanza; ma se si estende eretta in sù, diciamo misurarsi l'altez-

za; e finalmente se al perpendicolo và in giù, diciamo misurarsi la profondità; onde si vede, che le dette parti, si come s'è detto, so no tre. Hor nella Prima parte del Libro ho mostrato il modo di misurar la distanza, nella Seconda l'altezza, nella Terza poi, & vl tima la profondità. Ma perche tali misurationi non si fanno asso lutamente con la vista; ma con l'aiuto di due triangoli simili, dal la proportione de'lati, de'quali habbiamo la misuratione che de sideriamo, fà bisogno quando si misura vsar qualche strumento, per mezzo del quale si venga in cognitione della proportione de'lati d'vno de'detti triangoli. La onde ho posto prima la fabrica del Quadrato Geometrico, per mezzo del quale facilmen te si cōseguirà la detta ꝓportione, & ho mostrato in ogni parte del Libro l'vso suo; & oltre à ciò, come s'habbia da misurar quā do non si hauesse il detto Quadrato; e finalmente nell'vltima par te ho posto vna via bellissima di ritrouare la profondità d'ogni cupo mare, & vn modo industrioso da misurar il circuito di tut ta la terra, e di ciascuna delle predette cose si è fatta la demostra tione; à fine, che quelli, che sono essercitati ne gli elementi Geometrici restino pienamente sodisfatti.

La fabrica del Quadrato Geometrico.

FRA tutti gli strumenti, che sono in vso per misurar con la vista, il Quadrato Geometrico è il migliore, si come quello, che è il piu facile, & il piu certo di tutti gli altri. Lo fabricarai in questo modo, pigliarai vna tauoletta di metallo, ò di legno, e se quella sarà di legno, farai, che sia saldo, e ben secco; à fine, ch'el la non faccia mutatione, & il pero fra gli altri è molto buono: poi quadrarai essa tauoletta diligentemente, e la polirai da vna faccia; & auertissi bene, che quanto la detta tauoletta sarà maggiore, lo stromento riuscirà piu giusto; mà incommodo per trasferirlo da luogo à luogo: e se sarà picciola, lo stromento non sarà così diligente, come nella grande; mà commodissimo per portarlo in ogni luogo. Hora in detta tauoletta segnerai vn Quadra

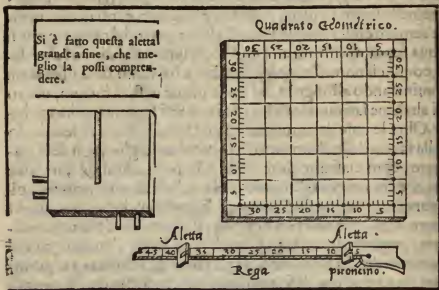
to,

to, il maggiore, che vi capisca;ma che d'attorno esso Quadrato vi resti vn margine largo circa mezzo dito. Segnato che hauerai il detto Quadrato, diuiderai ciascuno de'lati di quello nel maggior numero di parti,che si potrà;ogn'vna delle quali però si possa diuidere commodamente in cinque, e tirerai da ogni punto della detta diuisione al suo opposito vna linea retta fin all'estremità del margine, & harrai diuiso il Quadrato à modo di scacchiero,& il margine in tante parti in quante sono diuisi i lati del Quadrato,& in quattro più,cioè quelle quattro che restano da i cantoni della tauoletta;chiamaremo le dette linee parallelle:ciò fatto diuidi in cinque ogn'vna delle già diuise parti, le quali, si come è stato detto di sopra,sono tali,che possono riceuer commodamente questa diuisione;& à notare queste vltime particelle,poni in questa maniera i numeri. Nella prima parte del margine all'vno de gli angoli dietro il lato del Quadrato porrai cinque,nella seconda dieci, nella terza quindici,e con questo ordine sempre cresci cinque,fino all'vltima parte del margine,che si troua sopra questo lato : poi il medesimo farai dietro l'altro lato,cominciando all'angolo,doue hora hai finito,& di nuouo ricominciando all'angolo,dal quale prima desti principio, dietro gli altri due lati farai lo stesso, & i numeri saranno collocati bene.Oltre le cose dette,tu farai vn picciolo buco al perpendicolo della faccia dello stromento, in ciascuno de gli angoli del Quadrato, & in ciascuno de'termini della prima diuisione, ne i due lati,che contengono l'angolo; dal quale fu dato principio à collocare i numeri in esso stromento.E questi buchi seruiranno per porre in essi,quando sarà bisogno, il pironcino della rega ordinata per questo stromento;la quale farai lunga alquanto più del diametro di esso,ben diritta da vn lato;e gli fermerai vn pironcino da vno de'capi,lasciando auanzar da quello quella parte di essa rega;nella quale ella è piu lunga del diametro del Quadrato descritto nello stromento, e sarà il detto pironcino vn picciolo ferro, ch'entri agiatamente ne i sopradetti bucholini, posto al perpendicolo della rega talmente che'l lato diritto di quella lo

diuida per mezzo, è da esso pironcino incomincierai à diuidere la rega in parti della grandezza, & ordine delle parti de'lati del Quadrato, e da esso pironcino darai principio à ponere in essa i numeri per denotar le dette parti, come facesti dietro i lati del Quadrato. Ancora à questa rega farai due alette, ogn'vna delle quali habbia nel mezzo d'vn lato un'aperturetta, la quale si estenda due delle tre parti d'essa aletta uerso il mezzo del lato opposito à questo, & al detto lato opposito ui saranno due pironcini per fermar la detta aletta nella rega, & ancora ue ne saranno due altri à uno de gli altri due lati, che non hanno l'apertura, e sarà compita la fabrica del Quadrato. Ma perche queste cose si possono malamente isprimer con parole, è posto qui sotto il disegno di quanto ho detto, il che supplirà in quello, che hauessero mancato le parole.

Si è fatto questa aletta grande a fine, che meglio la possi comprendere.

Quadrato Geometrico.

Aletta — Aletta — Rega — pironcino.

Ma acciò che'l tutto ti sia facile, hai da sapere, che nell'uso del detto Quadrato Geometrico fà bisogno situarlo diuersamente, cioè, ò che giaccia parallello all'Orizonte, ò alquanto eleuato da

una

una parte, e dall'altra abbassato, ò che stia al perpendicolo: le qua li cose, ouero non si conseguirebbono mai, ò se si conseguissero, sarebbe con difficultà grandissima, se però noi non ordinassimo altro per l'uso suo. Adunque se vuoi fuggire questa difficultà, e farti il tutto facile; prepara una palla ben rotonda, ò di metallo, ò di legno: & se sarà di metallo, fà quella vuota, acciò non ti aggraui con il peso. Dipoi prepara vn cauo, che sia per la metà della suddetta palla: nella summità del quale dalla parte conuessa vi sia alquanto di piano, per fermar quello sotto il Quadrato Geometrico, con quel miglior modo, che ti parerà: & alla bocca sua leua vna parte di circolo della materia, nella quall'hai fatto, come vedi nel disegno. Ciò fatto, habbi vn'altra particella di cauo à guisa d'anello fatta, come se ella fosse leuata dalla bocca d'vn'altro cauo della medesima grandezza. Et anco leua da questa tanta parte della sua lõghezza, che appresentandola alla bocca dell'altro cauo, si accompagni con linea circolare alla circonferentia del luogo, che restò, leuata la parte della materia del cauo della meza palla, con i termini dell'anello, al loco, dal quale ne hai leuata la parte. Appresso questo, metti ambedue i detti caui sopra la conuessità della palla preparata; & saldagli insieme, che i luoghi, da'quali ne habbiamo leuato, si incontrino. Et quando hauerai fatto questo, potrai mouere il cauo fatto di amedue sopra essa palla, à che parte ti parerà. Oltre ciò ferma la palla sopra il piede, c'hauerai fatto, per vsare questo stromento ò con vida, ò cõ qual altro modo ti piacerà; & sopra il cauo ferma il Quadrato Geometrico, & potrai facilissimamẽte situar esso Quadrato, come ti parerà; se quando vorrai ponerlo al perpendicolo, farai, che nel loco del cauo, dal qual ne hai leuato, entri quella parte del piede, che toccarà la palla; & hauerai vna videtta, che in ogni loco à tuo piacere fermi il cauo sopra la palla, come dal disegno poi comprendere. Oltre di ciò il Quadrato deue essere così fermato sopra esso cauo, che vno de'suoi lati stia per quel dritto, che stà la apertura, c'hai fatta nel cauo. Il che puoi da te stesso benissimo comprendere, senza ch'io sia in ciò piu lungo.

DELLA

DELLA DISTANTIA
PARTE PRIMA.

SI misura con la vista, come s'è detto nella diuisione del Libro, la linea retta, che si estende da vn termine ad vn'altro, tolti in due cose, che si veggono: & oltre di ciò s'è detto, che quando essa linea s'estende abbassata sopra vn piano, quella esser la distantia, della quale ne sono due parti l'Orizontale, e la Diametrale. Distanza Orizontale si dee intender quella, che s'estende parallella all'Orizonte, ouero che giace librata. Distantia diametrale chiamo quella, che non giace librata, ma più s'inalza da vna parte, che dall'altra. Ciascuna di queste può accadere al misuratore in due modi, cioè, ò ch'egli volendo misurar quelle,

le,potrà andare à uno de' loro confini,ò ch'ei sarà necessitato nõ s'accostare à niuno di quelli. Et di nuouo, quando si potrà accostare à uno de' confini,gli possono occorrere in altre due maniere,ò uedendo egli l'uno,e l'altro de' termini della distantia, ò uedendo solamente quello,al quale si può accostare,& un segno,il quale sappia quanto stia sopra dell'altro, secondo il perpendicolo. Hora ueniamo à gli essempij.

A pigliar la distantia dal luogo, doue il misuratore si troua, ad vn'altro luogo ueduto da lui, ritrouandosi esso misuratore in un piano.

PROPOSTA PRIMA.

SE uorrai sapere,quanto da te si discosti una cosa,che tu ueggia,ò stia quella per la distantia Orizontale, ò per la diametrale;auuertisci in essa cosa un segno nella minor grandezza,che da te possa distintamente esser ueduto, il qual segno porremo esser lo A, poi ferma il Quadrato Geometrico sopra il suo piede nel luogo,doue tu ti troui con uno de' suoi lati al diritto di detto segno per la linea B C A; auuertendo però,che resti uno de' lati da i buchi uerso te, e sia quello lo B D, il quale ancora stia parallello al piano, doue ti troui. Fatto questo restando fermo lo stromento trasporta la rega sopra il lato B D, la qual presuppongo fin qui essere stata sopra il lato B C, il quale hai indirizzato al segno A. Hor traguardando per le aperture delle alette di quella,essendo l'occhio tuo dalla parte del B, fà piantare tre, ò quattro bacchette al dirito della tua uista;poi comincia al B,& misura quindici,ò uenti,ò uenticinque passa, ouero qual'altro numero ti piacerà, il qual possa esser numerato dal cinque nella linea B E, la qual ti è mostrata balle bacchette, che hai fatto piantare, Et ti raccordo, che la misura ti riuscirà piu giusta, se'l detto numero sarà grande,che s'egli sarà picciolo. Misurato che harrai le dette passa, numera anco tante delle particelle del lato B D,

del Quadrato, principiando al B, & doue il detto numero finirà, poni il pironcino della rega nel bucolino, che iui ſarà. Fatto queſto, leua lo ſtromento dal luogo, doue egli ſi troua, & riponilo con il bucolino, doue hai poſto il pironcino della rega al ponto E, il quale preſupporremo per hora il termine, doue manca il numero delle paſſa, che hai miſurato. Ancora fà, che'l lato B D del Quadrato ſtia nella linea delle bacchette: reſtando di queſta maniera fermo lo ſtromento, muoui la rega à poco à poco fin tanto che di nuouo riuegghi il ſegno A, per le alete di quella. Hor poniamo, che ti uenga fatto tagliandoſi il lato diritto della rega, & il lato B C del Quadrato nel punto C. dico la diſtantia B A, la qual tu cerchi, eſſer tante paſſa, quante ſolo le particelle del lato del Quadrato compreſe fra il B, & il C, di modo, che ſe guardi il numero d'eſſe harrai il tuo intento. Ancora dico, ſe numererai nella rega le particelle compreſe fra lo E, & il C, ſaperai il numero delle paſſa, che ſono dallo E allo A.

La ragione è queſta, l'angolo del triangolo A E B, è uguale al-

l'an-

l'angolo B del triangolo C E B, perche l'vno, e l'altro d'essi è retto, & l'angolo E è commune ad amendue i detti triangoli: Onde per la trigesima seconda del primo libro de gli elementi d'Euclide, il restante angolo dell'vno è vguale al restante angolo dell'altro. Et per la quarta del sesto i lati, che riguardano gli angoli vguali sono proportionali. Adunque la proportione del lato B C al lato B A, & dello E C allo E A, si come del lato B E del picciolo, al lato B E del grande, & il lato B E del picciolo, dal presupposito ha tante delle particelle del lato del Quadrato quante sono le passa del lato B E del grande: per la qual cosa ancor le particelle del lato B C del picciolo sono quante le passa del lato B A del grande, che è il primo intento. Et per lo medesimo modo le particelle del lato C E del picciolo triangolo sono vguali per numero alle passa del lato A E del grande, che è il secondo.

Mi resta solo à ricordarti, che ti può occorrere tal misuratione di molto maggior numero di passa di quello delle particelle, che sono segnate nel lato del Quadrato Geometrico: per la qual cosa quando tu la misurassi secondo il sopradetto modo, non ritrouaresti nello stromento il numero delle passa di essa misuratione. Et quando ciò ti fusse auuenuto nell'essempio precedente la rega non haurebbe tagliato il lato B E del Quadrato, si come habbiamo supposto; ma taglierebbe il lato opposto al lato B D. Ancora ti potrebbe occorrere douer misurare nella linea delle bacchette maggior numero di passa di quello delle particelle del lato; onde ne anco hauresti in esso lato del Quadrato quel numero di particelle per porre al fine di esso il pironcino della rega. In tai casi tu farai che ciascuna delle particelle del lato del Quadrato vaglia per due, ò tre, ò quattro, ò quanto ti sia basteuole, & nulla ti mancherà.

A miſurare la detta diſtantia ſenza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA II.

QVANDO ti occorra miſurar la detta diſtantia, & che non habbi il Quadrato Geometrico, piglia vna tauola, ò altra coſa, la qual ſia, ſe non in tutto, almeno in parte polita, e ſe in tal caſo ti ritrouaſſi alla guerra, ti ſeruirai d'vn tamburo, il qual ſarà perfettiſſimo. Hor poniamo, che tu habbi il tamburo, e ciò farò in queſto libro ogni volta che mi venghi tale occaſione: fermarlo dunque nel luogo, dal qual cerchi la detta diſtantia con la carta, doue ſi batte dalla parte di ſopra, di modo che traguardando per eſſa carta, tu vegghi il ſegno A, pongo, che ciò ti uenga fatto per la linea B C, la quale oſſeruata che harrai, ſegnala con l'aiuto d'una rega, ſe però hai rega, & non l'hauẽdo, fà che'l taglio della ſpada ti ſerua per rega, ſegnata la detta linea da quella alla parte verſo te, tira un'altra linea trauerſa, la quale, diciamo, che ſia la B D. Fatto queſto, traguarda al diritto della detta linea trauerſa, ſtando l'occhio tuo dalla parte del B, & fa piantare, come faceſti nell'altra miſuratione, tre, ò quattro bacchette al diritto della tua uiſta: & per la linea di quelle principiando al B, numera quante paſſa ti pare, che ſtia bene, & ſia per hora lo E il termine d'eſſe. Nella linea B D ſegnata ſopra la carta del tamburo miſura principiando al B altretante particelle con una picciola miſura, la quale allhor ti farai; ſe non hauerai compaſſo con una paglia, ò altra coſa, che ti paia à propoſito, & ſegna il fine d'eſſe. Poi leua il tamburo da queſto luogo, & ponilo con il detto ſegno all'E, e con la linea B D nella linea B E, nella quale ſtanno le bacchette, & reſtando di queſta maniera fermo, traguarda un'altra uolta il ſegno A, ſtando l'occhio tuo nell'E, & ſegna nella carta del tamburo la linea uiſuale, la qual porremo ſia C E, tagliata dalla linea B C nel C. Hor dico quante uolte entrerà la picciola miſura, con la quale hai miſurato la linea B E, ſegnata nel-

nella carta del tamburo nella linea B C, tante saranno le passa della distantia B A, le quali uuoi sapere,& ancora quante uolte entrerà nella linea E C, tante saranno le passa della distantia E A.

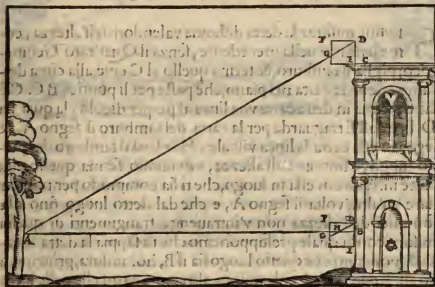
Se ne uuoi la dimostratione intendi il triangolo A B E, & il triangolo C B E, & uederai, che dal presupposito gli angoli B del grande, e del piccolo sono uguali fra loro, e l'angolo E, commune ad amendue i detti triangoli, che per la trigesimaseconda del primo l'angolo B C E, & l'angolo A sono uguali fra loro, e per la quarta del sesto la proportione del lato B C al lato B A, e del lato E C al lato E A essere si come del B E del picciolo triangolo al B E del grande dal presupposito le particelle del lato B E del picciolo triangolo sono quante le passa del B E del grande, adunque le particelle del B C sono quante le passa del B A, che è il primo intento. E le particelle dello E C sono quante le passa dello E A, che è il secondo.

A misurare la detta distantia, valendosi di qualche altezza.

PROPOSTA III.

PERCHE può occorrere, che volendosi misurar la detta distantia non vi sia piano commodo, nel qual si possa formar la linea delle bacchette, si come habbiamo supposto di poter fare ne gli essempi precedenti. Mi par cosa vtile il mostrare à fare il medesimo senza esso piano, valendosi di qualche altezza. Hora poniamo, che tu vogli saper la distantia A B ritrouandoti al piede dell'altezza B C, alla sommità della quale tu possi andare, & della quale ne sappi la quantità, Fà in questo modo. Prima constituisciti sopra d'essa altezza B C; & iui ferma il Quadrato Geometrico con due de'lati al perpendicolo, & con la sua faccia nel piano, il qual passa per li punti B C A, cioè; per li confini di detta altezza, e per il segno A, & voglio ancora, insieme con le cose dette, il lato D E del Quadrato essere vno di quelli da i buchi, e stia dalla parte verso te, come vedi nella figura. Ciò fatto, restando fermo lo stromento, poni il pironcino della rega nel buco dell'angolo D, & con la vista indirizza quella al segno A, & nota, qual lato del Quadrato ella tagli; & in che luogo. Ma poniamo per hora, che tagli il lato F G nel punto G. hora smonta dell'altezza, & perche sai dal presupposito la quantità di quella, considera à qual parte da basso ti torni bene fermar di nuouo lo stromento commodo per traguardar vn'altra volta il segno A, & che'l cinque possa numerare il numero delle passa, ò piedi, che saranno dalla sommità d'essa altezza fin'al detto luogo, il qual luogo porremo essere il B, piglia poi il detto numero nel lato D E del Quadrato, principiando all'angolo D, & al fine d'esso poni il pironcino della rega, & ferma lo stromento con il buco, dou'hai posto il pironcino al B nel modo, che egli staua prima, & restando fermo in questa maniera, dirizza la rega vn'altra volta al segno A, traguardando per le alette di quella, e con

sidera

fidera diligentemente, doue il lato diritto diritto di quella seghi il transito, ch'egli fece la prima volta, che la rega era indirizzata dalla sommità dell'altezza B C al segno A. Hor poniamo, che tu habbi conosciuto quel luogo essere il punto H. Dico che tante sono le passa della distantia B A, la qual tu vuoi sapere, quante sono le particelle nella rega del B fin'allo H, se però tu harrai saputo l'altezza B C per la misura del passo; perche se l'harrai sapute con altra misura, il detto numero sarà di quella stessa sorte di misura. Numera dunque le dette particelle nella rega, & harrai l'intento: e se porrai essa rega sopra la linea D H, & numererai le particelle d'essa comprese fra i termini di quella linea, tu harai il numero delle passa dal D allo A.

L'angolo D del triangolo A D B dal presupposto, è eguale al l'angolo D del triangolo H D B, & l'angolo B è commune al l'vno, & all'altro de' detti triangoli; onde per la trigesimaseconda del primo l'angolo H del picciolo è uguale all'angolo A del grande; & per la quarta del sesto la proportione del lato B H

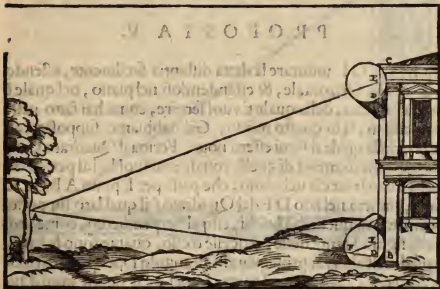
al lato B A, e del lato D H al lato D A, è come la proportione del lato B D del picciolo al lato B D del grande,& il numero del le particelle del lato B D del picciolo triangolo, è vguale, dal presuppoſto, al numero delle paſſa del lato B D del triangolo grande; per la qual coſa ne ſegue, che'l numero delle particelle del lato B H ſia anco vguale al numero delle paſſa del lato B A, che è il primo intento; e quelle del lato D H al lato D A, che è il ſecondo.

A miſurare la detta diſtantia, per il modo precedente; ſenza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA IIII.

SE vuoi miſurar la detta diſtantia valendoti dell'altezza, come hai fatto nella precedente, ſenza il Quadrato Geometrico; piglia il tamburo,& ferma quello al C, cioè, alla cima dell'altezza, con la carta nel piano, che paſſa per li punti A B C. Ciò latto, ſegna in detta carta vna linea al perpendicolo, la qual ſia D E, e dall'E traguarda per la carta del tamburo il ſegno A, & ſegna in eſſa carta la linea viſuale. Hor leua il tamburo da queſto luogo, e ſmonta dall'altezza, e di nuouo ferma quello alla parte inferiore di eſſa in luogo, che ti ſia commodo per traguardare vn'altra volta il ſegno A, e che dal detto luogo fino alla ſommità dell'altezza non v'intrauenga frangimenti di quella miſura, con la quale preſupponemo che tu ſappia la detta altezza;& poniamo che queſto luogo ſia il B, hor miſura, principiando alll'E con vna piccola miſura altretante particelle nella linea D E, quante ſono le paſſa, ò piedi dal B fino al C, e preſupponiamo terminare le dette particelle al D, il quale fermato che ſia il tamburo, ſi troui al B,& eſſo tamburo in tutto il reſto ſituato, come prima. Hor traguarda vn'altra volta dal D il ſegno A, e ſegna, come faceſti prima la linea viſuale, la qual porremo ſegarſi con l'altra nel punto F. Dico che le particelle della linea D E

cauſate

causate dalla piccola misura sudetta, sono quante le passa della D A, che desideri sapere, & quelle della E F, quante le passa della E A.

Cosi n'harrai la demostratione, l'Angolo A E D del triangolo A E D, & lo F E D del triangolo F E D sono dal presupposito vguali, & l'angolo D è commune a'detti due triangoli, onde per la trigesimaseconda del primo il restante angolo E F D è vguale al restante angolo E A D, e per la quarta del sesto la proportione del lato D F al lato D A, e del lato E F al lato E A, è si come E D del picciolo allo E D del grande, e perche le particelle dello E D del picciolo sono quante le passa dello E D del grande, ne segue che le particelle dello D F siano quante le passa dello D A, che è il primo intento, e le particelle del lato E F quante le passa del lato E A, che è il secondo.

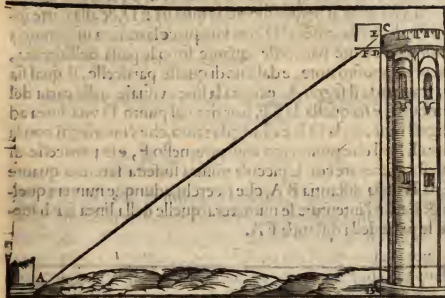
A mi-

A misurare altramente la detta distantia quando sarà Orizontale, e l'altezza eretta nel piano, sopra il quale essa distantia s'estende.

PROPOSTA V.

SE VVOI misurare la detta distantia facilmente, essendo quella Orizontale, & estendendosi nel piano, nel quale è eretta l'altezza, della quale ti vuoi seruire, come hai fatto nelle precedenti; fa in questo modo. Già habbiamo supposto l'altezza, della quale ti serui esserti nota. Ferma il Quadrato Geometrico alla sommità di quella con due de' suoi lati al perpendicolo, e con la faccia nel piano, che passa per li punti A B C. Ciò fatto, numera nel lato D E del Quadrato (il qual lato supponeremo vno di quelli da i buchi, estij al perpendicolo, come vedi nella figura) tante delle particelle d'esso, quante sono le passa ò piedi dell'altezza, principiando all'angolo D, le quali particelle poneremo terminare al punto E, nel qual punto poni il pironcino della rega, & indirizza quella con la vista al segno A, & osserua doue il lato di quella s'interseca co'l lato D F del Quadrato, che sia per hora nel punto F, hor dico, che le particelle del lato del Quadrato comprese fra il D & lo F sono quante le passa della distantia B A, se però tu hai saputa l'altezza con la misura del passo: perche se l'harrai saputa con altra misura, la distantia B A corrisponderà con quella al numero delle particelle dette, si come altre volte è stato auuertito: dunque se numeri le particelle comprese fra il D, e lo F, harrai il numero delle passa della distantia, che ricerchi: & ancora numera le particelle della E F, che hauerai le passa della distantia E A.

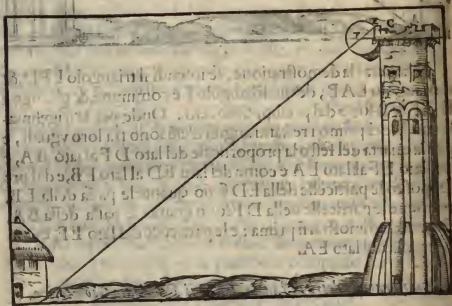
N'hauerai

E F D A B

N'hauerai la demoſtratione, ſe intendi il triangolo E F D,& il triangolo E A B, de'quali l'angolo E è commune,& gli angoli E D F & B ſono dal preſuppoſito retti. Onde per la trigeſimaſeconda del primo i reſtanti angoli d'eſſi ſono fra loro vguali, e per la quarta del ſeſto la proportione del lato D F al lato B A, e del lato E F al lato E A è come del lato E D al lato E B, e dal preſuppoſito le particelle della E D ſono quante le paſſa della E B, adunque le particelle della D F ſono quante le paſſa della B A, che era da dimoſtrarſi prima: e le particelle del lato E F, quante le paſſa del lato E A.

A miſurare la detta diſtantia, ſenza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA VI.

SE miſurare la detta diſtantia ſenza il Quadrato Geometrico, ferma il tamburo alla ſommità dell'altezza, con la ſua

faccia nel piano, che paſſa per li punti A B C, & ſegna in eſſa faccia vna linea al perpendicolo, la qual ſia E D, & alla parte inferiore di quella, cioè, al D con vna piccola miſura incomincia à numerare tante particelle, quante ſono le paſſa dell'altezza, dal preſuppoſito note, e dal fine di queſte particelle, il qual ſia E, traguarda il ſegno A, e ſegna la linea viſuale nella carta del tamburo, e ſia quella la E F. hor tira dal punto D vna linea ad angoli retti con la D E, e allungala tanto, che s'interſeghi con la linea E F; il che poneremo auuenire nello F, e le particelle di queſta numerate con la piccola miſura ſudetta ſaranno quante le paſſa della diſtantia B A, che ricerchi, adunque numera quelle, & harrai l'intento: e ſe numererai quelle della linea E F hauerai le paſſa della diſtantia E A.

I triangoli E F D, & E A D hanno gli angoli E D F, & E B A, vguali fra loro, perche dal preſuppoſito ogni vno eretto, e l'angolo E vi è cómune, adunque per la trigeſima ſecóda del primo i reſtanti angoli ſono vguali fra loro, e per la quarta del ſeſto la

proportio-

proportione del lato D F al lato B A, e dal lato E F allo E A, e come del D E al B E, e dal preſuppoſito le particelle dello E D ſono quante le paſſa della E B, adunque le particelle della D F ſono quante le paſſa della B A, e quelle della E F quante le paſſa della E A, che era da dimoſtrarſi.

A miſurare altramente la detta diſtantia, quando ſarà piccola, & orizontale.

PROPOSTA VII.

ESSENDO la diſtantia piccola, ſi come ſarebbe la larghezza d'vn fiume mediocre, tu la potrai miſurare in queſto modo. Fermati diritto in piedi ſul la riua d'eſſo fiume, & guardando l'altra riua, à poco à poco tira l'orlo della beretta, ò del capello à baſſo, fin tanto, che la linea viſuale vada per quello à eſſa riua. Ciò fatto, ſenza alterar la tua dirittezza, nè il capo, nè il capello, girati in banda fin tanto che tu vegghi il pian della riua, ſopra la quale ſei, & in quello, al luogo, che ferirà la linea viſuale, la qual paſſa per l'orlo del capello, poni vn ſegno, e tanto ſarà da te à quel ſegno, quanto è largo il fiume.

Il medeſimo farai, & più ſicuramente, ſe piglierai due bacchette, l'vna lunga circa quattro piedi, l'altra vn piede; & fenderai la lunga da vn capo, ponendo nella fiſſura di eſſa la corta, & poi fermerai la lunga co'l capo, che non è feſſo in terra alla riua del fiume, eretta al perpendicolo, valendoti per piantarla, quando non harrai altro, d'vna pietretta appicata ad vn'herba ſottile in cambio di filo. Fermata che l'harrai di queſta maniera, à poco à poco alza il capo della piccola bacchetta, il quale è verſo te, & l'altro abbaſſa fin tanto, che dietro quella tu vegga l'altra riua del fiume, & ſenza più mouere la piccola bacchetta, di nuouo ferma la grande al perpendicolo nel piano, doue tu poſſa ſenza impedimento caminare, e trauarda vn'altra volta dietro la piccola bacchetta, e nota doue la linea viſuale s'eſtende in

eſſo piano, & tanto ſarà dalla bacchetta alla detta nota, quanto è largo il fiume, onde miſurando queſto interuallo, harrai l'intento. Vedi qui ſotto le figure, dalle quali ti ſarà forſe più chiaro quello, che intorno à ciò ho detto.

Perche hai formato due triãgoli di angoli e di lati vguali: perche di ciaſcuno di quelli la baſe, e la linea, la qual cade dall'occhio tuo al perpendicolo in terra, & per eſſer perpendicolare, gli angoli, i quali eſſa fà in ciaſcuno de' triangoli da' tuoi piedi per lo conuerſo della quarta dell'vndecimo d'Euclide ſono retti, & quelli, ch'ella fà con le linee viſuali all'occhio tuo ſono ancor loro vguali: perche habbiamo preſuppoſto, che tu non habbi alterato ſecondo da quello, che era il primo. Onde per la trigeſimaſeconda del primo d'Euclide anco i reſtanti ſono tra loro vguali; & i lati intorno gli angoli vguali proportionali, per la quarta del ſeſto, dunque eſſendo la baſe uguale alla baſe, ancora i reſtanti lati ſono uguali a' ſuoi relatiui, che era da dimoſtrarſi.

A mi-

A misurare la distantia quando si veda solamente il termine di quella, al quale il misuratore si troua, & vn segno, il quale sappia quanto stia sopra dell'altro termine, secondo il perpendicolo.

PROPOSTA VIII.

SE VVOI sapere la distantia, che è da te al piede d'vna torre, ò d'altra altezza, della quale vegghi solamente la cima; ma sappi quant'ella sia alta, fa in questo modo. Poniamo che A sia il luogo, dal quale vuoi sapere la detta distantia, & B C la torre della quale tu ne veda solamente la cima B, & che la distantia; la quale ricerchi sia A C, primieramente per lo modo della proposta prima di questo libro, misura quanto è dallo A, al B, & serua il numero delle passa di questo misura. Poi ferma allo A il Quadrato Geometrico con il lato D E, & l'opposito al perpendicolo, & con la faccia d'esso stromento nel piano, il quale passa per li punti A B C, & il lato D E sia vno di quelli da i buchi. Fatto che hai questo, restando fermo lo stromento, poni il pironcino della rega nel buco dell'angolo D, & piglia l'altro capo di lei con la mano, & abbassalo, ò alzalo a poco a poco fin tanto che per le alette di essa tu vegghi la cima della torre, & quando ciò ti verrà fatto senza piu mouer la rega, principiando al pironcino numera in essa tante delle sue particelle, quante hai trouato essere il numero delle passa della distantia A B, il quale seruasti, & auuertisci nello stromento il luogo, sopra il quale stà il punto d'essa rega, doue finisce il detto numero di particelle. Hor facciamo, che'l detto luogo sia il punto A, numera dall'angolo D nel lato D E del Quadrato tante particelle di quello, quante passa è alta la torre, le quali habbiamo supposto esserti note, & finiscano per hora allo F, poni il lato diritto della rega sopra i due punti A, & E, & numera le particelle di quella comprese fra essi punti, & harrai il numero delle passa della distantia A C, la quale ricerchi.

La qual coſa per queſto modo vederai eſſer vera. La linea B C, e la D E ſono dal preſuppoſito perpendicolari à vn piano, e per la ſeſta dell'vndecimo d'Euclide ſono parallelle: e perche ſono parallelle per la ſeconda del ſeſto, la D E taglia i lati A B, & A C del triangolo A B C proportionali, e per la permutata, la proportione del lato A D al lato A B è ſi come del lato A E al lato A C. Adunque perche il numero delle particelle del lato A D del triangolo D E A è vguale al numero delle paſſa del lato A B del triangolo B C A ancora le particelle del lato A D ſono quante le paſſa del lato A C, che era da dimoſtrarſi.

A miſurare la detta diſtantia, ſenza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA IX.

SE vuoi miſurare la detta diſtantia ſenza il Quadrato Geometrico per la ſeconda propoſta di queſto libro, miſura co'l tamburo

tamburo quante paſſa ſianó dallo A al B, poi ferma il tamburo allo A con la carta nel piano, che paſſa per li punti B C A, e dal punto A traguarda il B, e ſegna in eſſa carta la linea viſuale, e principiando allo A, con vna piccola miſura numera tante particelle, quante hai ritrouate le paſſa dello A B, e queſto finiſcano per hora al D, dal qual punto ſegna nella detta carta vna linea, che cada al perpendicolo, & quella ſia D E, hor con l'iſteſſa miſura, principiando al D, numera tante particelle nella linea D E, quante ſono le paſſa della B C, le quali dal preſuppoſito ti ſono note: & poniamo, che queſte particelle finiſcano allo E, hor dico, che ſe tu tiri vna linea dallo E allo A, e con la detta piccola miſura vedi quante particelle ella è, harrai il numero delle paſſa della diſtantia A C, che ricerchi.

Ne harrai la demoſtratione, ſe tu intendi il triangolo A B C, i lati A B, & A C, del quale ſono tagliati dalla D E parallella alla B C, per la ſeſta dell'vndecimo: perche l'una, e l'altra di eſſe dal preſuppoſito ſono perpendicolari à un piano. Onde per la ſecõ

da

da del sesto i detti due lati A B, & A C sono tagliati dalla D E proportionali, e la medesima proportione per la permutata è della A D allo A B, che è dello A E allo A C, e dal presupposito le particelle dello A D sono quante le passa dello A B, dunque anco le particelle dello A E sono quante le passa dello A C, che era da dimostrarsi.

A misurare la detta distantia, ualendosi dell'altezza.

PROPOSTA X.

SE Hauesti à misurare la detta distantia, douendoti valere d'un'altezza, si come se tu hauesti à misurare la distantia A C, uedendo il segno B sopra del C al perpendicolo, e sappi quanto il detto segno B sia sopra il C, e non habbi commodità di seruirti d'un piano; ma dell'altezza A, fà in questo modo, per la terza proposta di questa parte del libro, misura la distantia A B, poi ferma il Quadrato Geometrico allo A con la faccia nel piano, che passa per li punti B C A, e co'l lato D E, & il suo opposito al perpendicolo. Ciò fatto, procedi nel resto, come facesti nella ottaua proposta di questa parte del libro, & harrai l'intento: e le dimostrationi di quella ti sodisfarà anco in questa.

A misurare per il medesimo modo la detta distantia senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA XI.

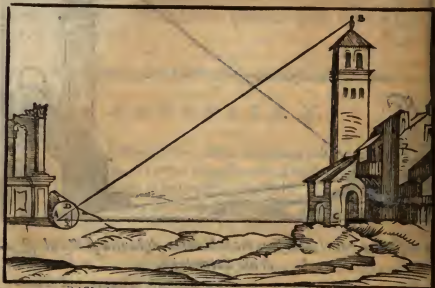
SE HAVERAI à misurare per lo medesimo modo la detta distantia senza il Quadrato Geometrico, piglia il tamburo, e per la quarta proposta di questa parte del libro, misura la distantia dallo A al B, e poi nel resto procedi nel medesimo modo, che facesti nella nona proposta di questa parte del libro, & harrai quanto desideri, e la dimostratione di quella ti sodisfarà anco in questa.

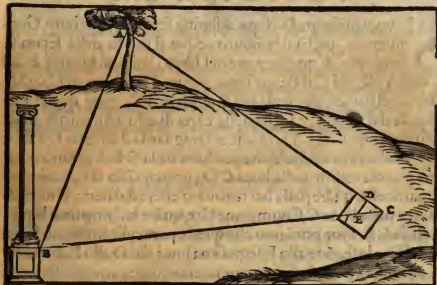
A misurare la distantia, della quale si veggano amendue i termini; ma che'l misurator non possa andare à niuno di quelli.

PROPOSTA XII.

SE VVOI misurare vna distantia, ò sia quella orizontale, ò diametrale, & che tu ne ueda l'uno, & l'altro de' suoi ter-

mini, ma non possi andare à niuno di quelli, poniamo, che A B sia una tale distantia, & C il luogo, dal quale la uuoi misura-

re. Misura prima, quanto è dal C allo A, & dal C al B per lo modo della prima proposta di questa parte del libro, & serua queste misurationi. Poi ferma lo stromento al punto C con la faccia nel piano, che passa per li punti A B C, & con il lato C D nella linea C A, si come uedi nella figura posta qui sotto. Ciò fatto, poni il pironcino della rega nell'angolo C, & con la uista indirizza quella al segno B, e numera in essa, principiando dal pironcino, tante delle sue particelle, quante sono le passa della distantia C B, le quali seruasti, & nel lato C D del Quadrato, principiaudo all'angolo C, numerane tante, quante sono le passa della distantia C A: presupponiamo per hora, che queste terminino al punto D, & quelle della rega al punto E, il quale osserua nella faccia dello stromento per mezzo delle intersecationi delle linee parallelle. Poi leua la rega, & ponila co'l lato diritto sopra i detti due punti D, & E, & numera le particelle di

quella

quella comprese fra essi punti, & harrai il numero delle passa della distantia A B, la qual ricerchi.

Hora intendi i due triangoli A B C, & D E C, de'quali l'angolo C è commune, & dal presupposito i lati intorno à quello proportionali. Onde per la sesta del sesto d'Euclide i restanti due angoli dell'vno sono vguali alli restanti due angoli dell'altro: cioè, l'angolo D all'angolo A, & l'angolo E all'angolo B, & per la quarta del medesimo la proportione del lato D E del piccolo triangolo al lato A B del grande è si come la proportione del lato C D al lato C A, & dal presupposito le particelle del lato C D sono quante le passa del lato C A. Dunque ancor le particelle del lato D E sono quante le passa della distantia A B, che era da dimostrarsi.

A miſurare la detta diſtantia ſenza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA XIII.

SE vuoi miſurare la detta diſtantia ſenza il Quadrato Geometrico, piglia il tamburo, e per il modo della ſeconda propoſta di queſta parte del libro, miſura quanto è dal C allo A, & dal C al B: ciò fatto, ferma il tamburo al C con la faccia nel piano, che paſſa per li punti A B C, e per quella traguarda dal C lo A, e ſegna nella carta di eſſo tamburo la linea viſuale, la qual ſia C D, & ancora traguarda dal detto C il B, e ſegna l'altra linea viſuale, che per hora ſia la C E. Ciò fatto, con vna piccola miſura nella linea C D, principiãdo al C, miſura tãte particelle, quãte paſſa hai ritrouato eſſere dal detto C fino allo A, e nella linea C E numerane tãte, quãte hai ritrouate le paſſa della C B. Hor poniamo che queſte particelle finiſcano le prime al D, e le ſecõde allo E, ſegna vna linea dal D allo E, dico, che ſe cõ l'iſteſſa piccola miſura numererai quãte particelle ſia la detta linea D E, harrai il numero delle paſſa dello A B, chè cercaui.

Che

Che ciò ſia vero, intendi il triangolo A B C, i lati del quale C A, & C B dal preſuppoſito ſono tagliati proportionali dalla linea D E, onde ne ſegue, per la ſeconda parte della ſeconda del ſeſto, la linea D E eſſere parallella alla A B, e per la vigeſima nona del primo ſono gli angoli C D E, & C E D del triangolo C D E vguali à gli angoli A & B del triangolo C A B, e l'angolo C è commune: Onde per la quarta del ſeſto, coſi è la D E alla A B, come la C D alla C A, e dal preſuppoſito le particelle della C D ſono quãte le paſſa della C A, dunque le particelle della D E ſono quante le paſſa della A B, che era da dimoſtrarſi.

A miſurare la detta diſtantia, ualendoſi d'vn altezza.

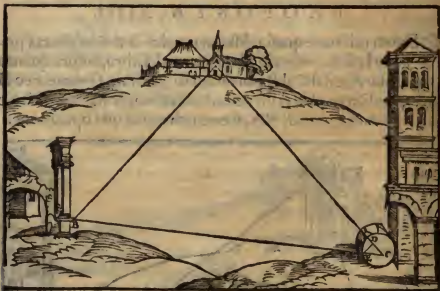
PROPOSTA XIIII.

SE vuoi miſurare queſta diſtantia, valendoti d'vn'altezza prima p la ſeſta propoſta di q̃ſta parte del libro, miſura quanto è dal C al A, e dal C al B, poi ferma il Quadrato Geometrico al C, & ꝓcedi, come hai fatto nella duodecima, & harrai l'intẽto, e dalla demoſtratione di q̃lla, ti certificherai di q̃ſta operatione.

A mi-

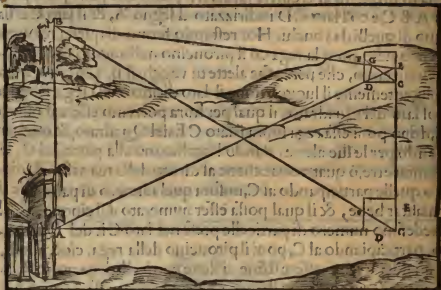
A misurare per lo medesimo modo la detta distantia senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA XV.

SE hauerai à misurare q̃sta distantia senza il Quadrato Geometrico, cõ il tamburo per la quarta proposta, misura quãto è dallo C allo A, & dal C al B, ciò fatto, ferma il tamburo al C, & opera in tutto'l resto, come facesti nella terzadecima, e seruiti anco di quella demostratione.

A misurare la detta distantia, leggiadramente, quando quella sarà Orizontale.

PROPOSTA XVI.

SE Vuoi misurare la detta distantia leggiadramente, & con maggior facilità, quando quella sara orizontale, prima ferma

ma lo ſtromēto al C con la faccia nel piano,che paſſa per li punti A B C,e co'l lato C D indirizzato al ſegno A, & il lato C E ſia vno di quelli da i buchi. Hor reſtando fermo di queſta maniera lo ſtromēto,poni la rega cō il pironcino nell'angolo C,& muouila fin tanto, che per le ſue alette tu vegghi il B. Ciò fatto, nota diligentemente il luogo, doue il lato diritto d'eſſa rega ſi taglia col lato del Quadrato, il qual per hora porremo eſſere il punto F,dopò poni eſſa rega ſopra il lato C E del Quadrato,& traguardando per le ſue alette, ſtando l'occhio tuo alla parte del C, fa piantare tre,ò quattro bacchette al diritto della tua viſta, & dietro quelle participando al C,miſura quel numero di paſſa,che ti paia ſtar bene, & il qual poſſa eſſer numerato dal cinque, & al medeſimo numero di particelle preſe nel lato C E del Quadrato, participiando al C, poni il pironcino della rega, cioè, allo E, il quale porremo eſſere il fine di dette particelle,leua poi lo ſtromento, & riponilo con il punto E al fine delle paſſa, le quali hai miſurato, & co'l lato C E del Quadrato nella linea delle bacchette, & con la faccia nel piano, il quale, come fu detto di ſopra paſſa per li punti A B C, & ſtando fermo à queſto modo il Quadrato,muoui à poco à poco la rega fin tanto, che per li traguardi di quella tu vegghi una volta il ſegno A, & vn'altra il ſegno B, notando con diligentia, doue il lato diritto di quella ſi tagli la prima volta co'l lato C D del Quadrato, il che preſupporremo farſi nel punto D, & queſto intendi mentre vedi lo A, la ſeconda uolta poi,quando vedi il B oſſerua, doue il detto lato della rega ſi tagli con la linea C F,che porremo quello eſſere il punto G. Hor poni la rega con il lato diritto ſopra i detti punti D, & G, & numera le particelle di quella compreſe frà loro, & harrai il numero delle paſſa della diſtantia A B, il qual vuoi ſapere.

De i triangoli D E C, & A E C l'angolo C dell'vno, e dell'altro è retto, & l'angolo E è commune ad amendue; onde per la trigeſimaſeconda del primo ancora il rimanente angolo dell'vno è vguale al rimanente angolo dell'altro: & oltre di ciò, per la quarta del ſeſto la proportione del lato E D del picciolo triangolo allo E A del grande è come la proportione del lato E C del picciolo al lato E C del grande: & perche le particelle del lato E C del picciolo, ſono quante le paſſa del lato E A del grāde, anco le particelle dello E D ſono quante le paſſa dello E A; & queſto ſi dee tenere alla mente. Ancora i triangoli G E C, & B E C ſono equiangoli, perche l'angolo C dell'vno è vguale all'angolo C dell'altro, & l'angolo E ui è commune, & i reſtanti angoli C B E, & C G E, per la trigeſimaſeconda del primo, ſono ancor loro vguali; onde per la quarta del ſeſto, la proportione del lato E G del picciolo al lato E B del grande è ſi come la proportione del lato E C del picciolo al lato E C del grande, da che ne ſegue che le particelle del lato E G ſiano quante le paſſa del

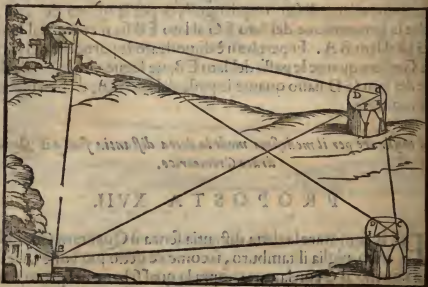
lato

lato E B: & prima fu dimostrato le particelle della E D essere quante le passa della linea E A; per lo che ne segue, per la secóda del sesto, che la proportione della E D alla E G, sia si come della D A alla G B, e congiuntamente, si come della E A alla E B, cosi la E D alla E G, e l'angolo A E B è cómune à i due triangoli A E B, & D E G, onde ne segue, per la sesta del sesto, che i detti due triangoli siano equiangoli, & per la quarta del sesto, che la proportione del lato E G al lato E B sia si come dal lato G D al lato B A. Et perche si è dimostrato le particelle del lato E G essere quante le passa del lato E B, ne segue, che le particelle del lato G D siano quante le passa del lato B A; il che voleuo dimostrare.

A misurare per il medesimo modo la detta distantia senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA XVII.

PER misurare la detta distantia senza il Quadrato Geometrico, piglia il tamburo, si come s'è detto piu volte, e ferma quello al C con la carta, sopra la qual si batte nel piano, che passa per li punti C A B, & sopra essa carta segna due linee, l'vna indirizzata dal C allo A, e l'altra dal C al B, lequali presupporremo essere C D, & C E, poi segna la linea C F trauersa, & secondo quella fa piantare tre, ò quattro bacchette, restando tu nel traguardare dalla parte del C. Ciò fatto, principiando al C, misura secondo il solito, quante passa ti pare nella linea mostrata dalle dette bacchette, & con vna piccola misura numera nella linea C F altrettante particelle, le quali poniamo che siano terminate allo F. Hor trasporta il tamburo con il punto F al fine delle passa misurate nella linea delle bacchette con la carta sopradetta similmente nel piano, che passa per li punti A B C F, & con linea F C nella linea delle bacchette; & segna dal punto F sopra la detta carta due altre linee indirizzate l'vna allo A,

l'altra al B; & doue queste si segano con le due indrizzateui prima dal punto C, che porremo auuenir ne' punti D, & E, tira vna linea, cioè dal D allo E, & vedi quante particelle ella capisca di quelle della linea C F, & tante saranno le passa della distantia A B, la quale ricerchi.

L'angolo C dell'vno e l'altro de' triangoli A C F, & D C F sono dal presupposito tra loro vguali, & l'angolo F è commune ad amendue, & per la trigesimaseconda del primo ne segue, che i restanti sono anco vguali, onde per la quarta del sesto, si come è il lato F D allo F A, cosi è lo F C del picciolo allo F C del grande. E perche dal presupposito le particelle del lato F C del picciolo triangolo sono quante le passa dello F C del grande, ne segue, che le particelle dello F D siano quante le passa dello F A, e questo tienti à mente. Hora intendi i triangoli B C F, & E C F, tu vedi, che l'angolo C dell'vno è vguale all'angolo C dell'altro, e l'angolo F commune ad amendue. Onde per la trigesima seconda del primo anco i restanti angoli sono vguali, e per la

quarta

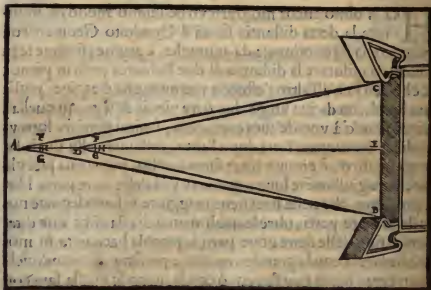
quarta del ſeſto, la proportione della F E alla F B è ſi come della F C del picciolo alla F C del grande: per lo che la F D alla F A è come della F E alla F B: adunque la linea D E taglia i lati del triangolo F A B proportionali, che per la ſeconda parte della ſeconda del ſeſto, eſſa linea D E è parallella alla A B, e l'angolo F è commune al triangolo F D E, & F A B, e ſono equiangoli per la vigeſimanona del primo, e per la quarta del ſeſto, la proportione della F D alla F A, è ſi come della D E alla A B, e di ſopra fù dimoſtrato le particelle della F D eſſere quante le paſſa della F A, adunque le particelle della D E ſono quante le paſſa della A B, che era da dimoſtrarſi.

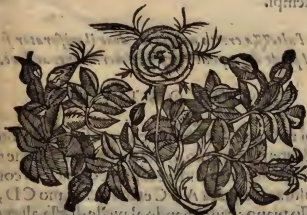
A miſurare la detta diſtantia, ſenza il Quadrato Geometrico per vn'altro belliſſimo modo, quando ella ſia continuata da muraglia, ò argine, ò coſa ſimile.

PROPOSTA XVIII.

HO Voluto ancor moſtrarti vn belliſſimo modo da miſurare la detta diſtantia ſenza il Quadrato Geometrico; quando ella ſia continuata da muraglia, ò argine; ſi come ſe tù haueſſi da miſurare la diſtantia di due Beluardi poſti in piano, & che dall'vno all'altro s'eſtenda vna muraglia, ò argine, piglia vna bacchetta diritta lunga due, ò tre piedi; & ſegna in quella, principiando à vno de' ſuoi capi, otto; ò dieci parti fra loro vguali, & continuate l'vna dopo l'altra, ciaſcuna delle quali ſia lunga quattro, ò cinque dita: fatto queſto, piglia vna piccola bacchetta giuſtamẽte lunga, quanto è vna delle dette parti. Hora poniamo, che nella bacchetta maggiore vi ſiano ſegnate noue delle dette parti, oltre le quali auanzi di eſſa circa due dita. Poni al fine delle dette noue parti la piccola bacchetta in modo, che faccia con la grande vna croce perfetta, fermandouela ò con cera, ò con vno ſtecco, ò con la mano ſe quella ſarà coſi corta che vi arriui. Ciò fatto, poniti al diritto del mezzo della

muraglia, ò argine, che vuoi ſapere la lunghezza, ouero la diſtantia dall'vno all'altro de' ſuoi confini, & tenendo con la mano la bacchetta più lunga con il capo appoggiato ſotto all'occhio tuo, e traguarda per l'vno, & l'altro de gli eſtremi della piccola bacchetta, & vedi ſe le linee viſuali vanno a' confini della muraglia, & in caſo, che non li vadano, mouiti nel piano, ò innanzi, ò indietro fin tanto che vi anderanno, & iui fà vn ſegno, il qual per hora poniamo eſſere lo A, & gli eſtremi della muraglia il B, & il C. Dopo poni nel medeſimo modo la bacchetta più corta al fine dell'ottaua delle ſopradette parti della più lunga, e camina verſo la muraglia al diritto del mezzo di quella, traguardando, ſi come prima faceſti, fin tanto, che tu vegghi vn'altra volta i confini della muraglia nel modo detto di ſopra, & quiui fà vn'altro ſegno, il quale preſupponiamo il D, & per il mezzo della muraglia intenderemo lo E. Hor ſe miſurerai dallo A al D harrai la diſtantia, che è dal B al C, la quale tu cercaui di ſapere, & noue volte quella ſarà dallo A allo E.

Per

Per farne la demostratione porrò F & G esser gli estremi della minor bacchetta, & lo H il luogo doue l'vna, & l'altra s'incrocciano. I triangoli A H G, & A E B sono simili per la seconda & sesta del sesto: perche supponemmo la F G parallella alla B C, & per le stesse ragioni ancora sono simili i triangoli A H F, & A E C. Onde per la quarta del sesto, & per la congiunta la proportione della F G alla C B, è si come della A H alla A E; ma la F G dal presupposito è vna delle noue parti della H A, dunque la B C è vna delle noue parti della E A, & con le stesse ragioni si proua la B C essere vna delle otto parti della E D: perche lo F G dal presupposito è vna delle otto parti della H D. Se adunque la D E è otto volte, quanto la distantia B C, e lo A E n'è noue, ne segue, che la D A ne sia vna: però la D A è quanto la distantia B C, che è il primo intento, e lo E A è noue uolte, quanto la D A, che è il secondo.

DEL

DELL'ALTEZZA
PARTE SECONDA

L'ALTEZZA è la linea, che s'estende eretta in sù, & primieramente può occorrere al misuratore in due maniere, cioè, uolendola misurare, ò può egli andare al piede di quella, ò nõ se ui può accostare. Poi quando egli non se le potrà accostare, ò ch'ella sarà eretta nel piano, nel quale il misuratore, per misurarla, si troua, ò in altro piano: e se sarà eretta in altro, sarà ò in un piano più alto di quello, nel quale si truoua il misuratore, ouero in un piano più basso. Hora passiamo à gli essempi.

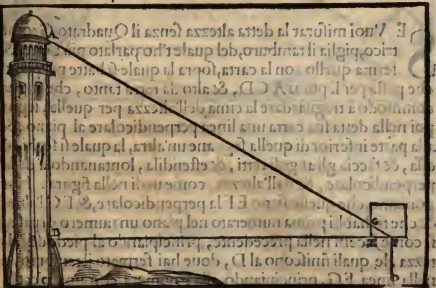
A misurare l'altezza eretta nel piano, doue il misurator si ritroua, & al piede della quale egli possa liberamente andare.

PROPOSTA I.

SE Vuoi misurare l'altezza d'alcuna cosa alta quanto si uoglia, & eretta nel piano, doue tu ti ritroui, & che tu possa senza impedimento andare al piede di quella, si come se tu hauessi à misurare l'altezza A B C eretta nel piano C D, prima misura in esso piano, principiando al piede d'essa altezza, cioè,

al

l C, quante passa ti pare, il numero delle quali secondo il nostro
olito sia numerato dal cinque. Hora poniamo, che quello fini-
ca al D, ancor numera nel lato E F del Quadrato Geometrico
ltrettante delle sue particelle, principiando all'angolo E, & do-
e finisce questo numero, che porremo esser F, metti il pironci-
o della rega, & ferma il Quadrato Geometrico con il pironci-
o della rega al fine delle dette passa, cioè al D, & con la faccia
ua nel piano, che passa per li punti A C D, & l'angolo E, dal
uale hai principiato à numerar le sudette particelle uerso l'al-
ezza, & finalmente con il lato E F alla parte di sotto, & paral-
ello al piano C D, si come uedi nella figura. Fatto questo, restã-
o il pironcino della rega allo F, indirizzá quella con la uista al-
a cima dell'altezza, cioè, al punto A, & osserua doue il suo lato
liritto taglia il lato del Quadrato, che sia per hora nel punto G.
Hora numera le particelle del lato del Quadrato compreſe fra
l G, & lo E, & harrai il numero delle passa dell'altezza A B, al
quale numero giungerai quanto è dal pironcino della rega fino
n terra, & harrai il numero delle passa di tutta l'altezza A B C,
che cercaui di sapere.

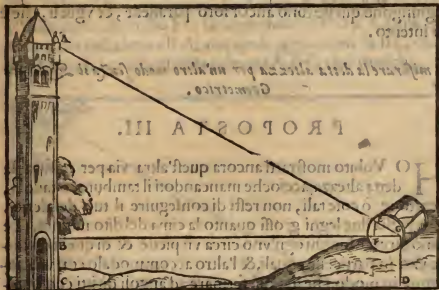
La

La ragione cosi si dimostra. Le linee A B & G E sono fra loro parallelle p la sesta dell'undecimo; pche dal presupposito sono ppēdicolari al C D & per la secōda del sesto, e per la cōgiūta le linee F E, & F G, & E B, & F A sono pportionali, & e l'angolo B F A è cōmune a' due triangoli F G E, & F A B, onde per la sesta del sesto sono simili, & per la quarta del medesimo il lato F E al lato F B ha la proportione, che ha lo G E allo A B, & dal presupposito le particelle del lato F E sono quante le passa del lato F B. Adunque ancor le particelle del lato G E sono quante le passa del lato A B, che è la prima intentione. Ci resta à dimostrare, che la linea B C sia uguale alla F D; la qual cosa in questo modo si dimostra. Le linee E B, & D C dal presupposito sono parallelle, & vguali. Onde per la trigesimaterza del primo ancor la F D, & B C, le quali giungono quelle sono parallelle, & vguali, che è la seconda intentione.

A misurare la detta altezza senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA II.

SE Vuoi misurar la detta altezza senza il Quadrato Geometrico, piglia il tamburo, del quale t'ho parlato più uolte, & ferma quello con la carta, sopra la quale si batte nel piano che passa per li punti A C D, & alto da terra tanto, che tu stia commodo à traguardare la cima dell'altezza per quella, segna poi nella detta sua carta una linea perpendicolare al piano, & alla parte inferior di quella segnane un'altra, la quale si seghi cō essa, & faccia gli angoli retti, & estendila, lontanandola dalla perpendicolare, & dall'altezza, come uedi nella figura. Hor poniamo, che queste siano E F la perpendicolare, & F G l'altra, & che tu habbi prima numerato nel piano un numero di passa, si come facesti nella precedente, principiando al piede dell'altezza, le quali finiscono al D, doue hai fermato il tamburo, e nella linea F G, principiando alla F numera con una piccola

 misura

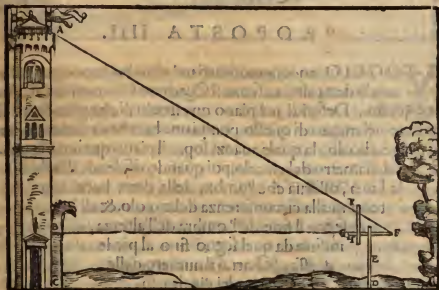
misura tante particelle, quante sono le dette passa della linea C D, & dal punto G, il quale porremo per lo confine di quelle, traguarda la cima dell'altezza, & osserua doue la linea visuale sega la linea E F, che porremo auuenire nel punto E. Fatto questo, misura la linea E F con la piccola misura, con la quale hai misurato la linea E G, & harrai il numero delle passa dell'altezza A B, al quale giunge la linea B C, cioè, quanto è dal G al D, & harrai l'altezza A B C, la quale ricerchi.

Cosi si dimostra, intendi i due triangoli G A B, & G E F l'angolo B del primo, e l'angolo F del secondo sono retti: perche le linee E F, & A B sono parallelle, per la sesta dell'vndecimo d'Euclide, stante che l'vna e l'altra di esse dal presupposito sono perpendicolari à vn piano, e l'angolo F è retto, onde, si come s'è detto, anco il B, per la vigesimanona del primo è retto; & perche sono retti, sono vguali fra loro, e l'angolo G è commune all'vno e l'altro de' detti triangoli, e per la trigesimaseconda del primo i restanti angoli sono ancor fra loro vguali; onde per la quar

ta del sesto, i lati di questi triangoli, che risguardano gli angoli vguali sono proportionali, per lo che la proportione della linea G F alla G B, è si come la proportione della E F alla A B, e la linea G B è di tante passa, quante sono le particelle della G F, adũque la B A ancor lei è di tante passa, quante sono le particelle della F E, che era da dimostrarsi. Hor ci resta a dimostrare, che la G D sia vguale alla B C; il che cosi è chiaro, le linee B G, & C D dal presupposito nostro sonq parallelle, & vguali: onde per la trigesimaterza del primo, le due linee B C, & G D, le quali giungono queste sono ancor loro parallelle, & vguali, che è lo intento.

A misurare la detta altezza per un'altro modo senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA III.

HO Voluto mostrarti ancora quest'altra via per misurar la detta altezza, accioche mancandoti il tamburo, ò tauola, ò cartone, ò cose tali, non resti di conseguire il tuo desiderio. Hor piglia due legni grossi quanto la cima del dito minore, che siano diritti, e lunghi ogn'vno circa vn piede, & di quelli diuidine vno in particelle uguali, & l'altro accommodalo con vna tapatura in modo, che lo possi fermare ad angoli diritti con quello, che hai diuiso, e questo lo possi fare in qual parte di esso ti parerà. Oltre di questi due legni habbine vno altro lungo circa quattro piedi e mezzo, & fendilo da vn capo. Ciò fatto, misura si come facesti nelle proposte precedenti nel piano C D, quante passa ti pare, principiando dal piede dell'altezza, cioè, dal C, le quali porremo terminare al D, & iui pianta in terra il legno lungo, che chiamaremo E con il capo fesso in sù, e nella fessura di quello oponiui il picciolo legno diuiso in particelle, il quale sia lo F G, e girando quello, che è piantato in terra, volta il capo G d'esso verso l'altezza, & lo F verso, e principiando allo F, numera

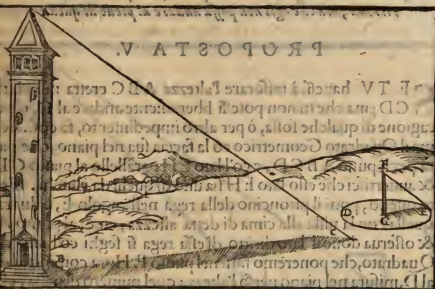
mera in eſſo tante delle ſue particelle, quante ſono le paſſa della C D, & al termine di quelle fermali l'altro picciol legno,ad angoli retti,già da te preparato à queſto fine,il quale chiameremo H K, & lo H ſarà il luogo,doue s'interſegano fra loro;fatto che hauerai tutte le coſe dette,mouendo à poco à poco il legno F G farai,che lo K H ſtia al perpendicolo, & egli all'hora ſtarà parallello al piano C D,e reſtando coſi fermi,traguarderai dalla cima del legno diuiſo la cima dell'altezza,cioè,dallo F lo A,& oſſerua diligẽtemẽte doue il raggio viſuale paſſa per il legno K H, che per hora porremo auuenire nel punto K. Hor dico,che quãte delle particelle dello F G ſaranno dallo H fino al K,tante eſſere le paſſa dell'altezza B A, alle quali aggiuntoui la B C, cioè, H D, harrai le paſſa di tutta l'altezza A B C, che ricerchi.

Ne harrai la demoſtratione s'intendi i due triangoli F H K, e F B A, de' quali l'angolo H dell'uno è uguale all'angolo B del l'altro :perche dal preſuppoſito ogn'uno di quelli è retto,e l'angolo F ui è commune: onde per la trigeſimaſeconda del primo,

i restanti angoli sono anco fra loro vguali; e per la quarta del sesto la proportione del lato F H allo F B è si come del lato H K al lato B A, e dal presupposito le particelle della F H sono quante le passa della F B: adunque le particelle della H K sono quante le passa della B A, che era da dimostrarsi prima. Hor che la H D sia la H D sia uguale alla B C, cosi dimostrerai la H D, & B C dal presupposito sono perpendicolari à un piano: onde per la sesta dell'undecimo, sono parallelle, & ancora dal presupposito la H B, e la D C sono parallelle, ne segue adunque per la trigesimaquarta del primo, che le opposite C B, e D H sia no uguali, che era da dimostrarsi.

A misurare la detta altezza per un altro bel modo senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA IIII.

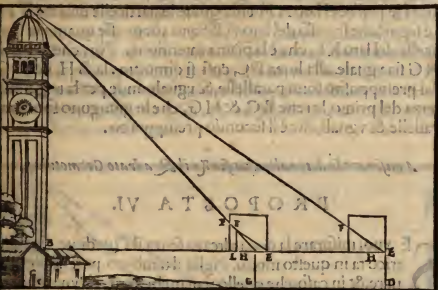
VOGLIO ancora mostrarti un' altro bel modo per misu rare la detta altezza senza il Quadrato Geometrico, il qua le è questo. Descriui nel piano un circolo di che grandezza ti pare, e nel mezzo di quello poniui una bacchetta diritta eretta al perpendicolo; la quale auanzi sopra il piano quanto è la me- tà del diametro del circolo; poi quando risplende il Sole, ò la Luna, osserua che l'ombra della detta bacchetta termini alla circonferenza del circolo, & all'ho ra segna il fine dell' ombra dell'altezza, e misura da quel segno fino al piede di essa, & harrai il numero delle passa che lei s'inalza so- pra il piano, che è quello che desideri.

La

La ragione è questa, intendi il triangolo A B C,& il triango-
o F G E,il primo terminato dall'altezza A B dall'ombra di quel
a B C, e dal ragio del Sole A C, e l'altro dalla bacchetta F G e-
etta nel circolo D E dall'ombra sua G E,e dal raggio F E. Hora
'uno e l'altro di questi triangoli sono equiangoli: perche gli an-
goli B & G sono retti, perche dal presupposito la A B, & F G
ono perpendicolari al piano,& i raggi A C,& F E si suppongo
no parallelli,onde l'angolo A, e l'angolo E sono uguali, e per la
rigesima seconda del primo d'Euclide, i restanti angoli C, & E
ono ancor loro uguali,e per la quarta del sesto, i lati, che stanno
ntorno à gli angoli uguali sono proportionali, adunque la linea
G E hà la proportione alla G F, che ha la B C alla B A, e la linea
G E è uguale alla G F: perche l'una, e l'altra di esse è uguale al
mezo diametro del circolo D E, adunque la linea B C è uguale
alla B A, che era da dimostrarsi.

A misurare un' altezza eretta nel piano, nel quale il misuratore si ritroua, ma che egli non possa andare al piede di quella.

PROPOSTA V.

SE TV haueſſi à miſurare l'altezza A B C eretta nel piano C D; ma che tu non poteſſi liberamente andare al C, ò per cagione di qualche foſſa, ò per altro impedimento, fà coſi. Ferma il Quadrato Geometrico cō la faccia ſua nel piano, che paſſa per li punti A B C D, e co'l lato E H parallello al piano C D, & auuertiſci che eſſo lato E H ſia uno di quelli da i buchi. Fatto queſto, poni il pironcino della rega nell'angolo E, e dirizza quella con la uiſta alla cima di detta altezza; cioè, al punto A, & oſſerua doue il lato diritto di eſſa rega ſi ſeghi co'l lato del Quadrato, che poneremo farſi nel punto F. Hora cominciando al D, miſura nel piano uerſo l'altezza quel numero di paſſa, che ti pare ſtar bene, e che ſecondo il noſtro ordine, poſſi eſſere numerato dal cinque, & queſte paſſa per hora terminino al punto G. Numera ancora altrettante delle particelle del lato E H del Quadrato, principiādo all'angolo E, le quali preſupporremo terminare allo H. Fatto queſto, fà piantare tre, ò quattro bacchette verſo l'altezza per la linea D G C, e leua il Quadrato Geometrico dal D, e fermalo nel modo, che tu lo fermaſſi prima: ma col punto H al G, e poni il pironcino della rega allo H, e di nuouo dirizza quella alla cima dell'altezza, & oſſerua diligentemente doue il lato diritto di quella ſi ſeghi cō la linea E F, per la quale prima eſſa rega fu indirizzata alla cima dell'altezza, e poniamo auenire queſto nel punto K, la qual coſa ti ſarà fatta paleſe, ſe tirerai vn filo dal punto E al punto F, e dalle linee parallelle ti ſarà moſtrato doue cada dal detto punto K vna perpendicolare al lato E H del Quadrato, la quale ſupporremo cadere al punto L. Se mò porrai il lato diritto della rega ſopra la linea K L, e numererai le particelle di eſſa compreſe fra i detti due punti K L, harrai il numero delle paſſa dell'altezza A B, al quale aggiungi

a parte B C, cioè, quanto è dallo H al G, & harrai l'altezza A C, che desideri sapere.

La ragione si fà manifesta in questo modo; dal presupposito nostro, l'angolo E del triangolo A H E è vguale all'angolo E del triangolo K H E, e l'angolo H è commune ad amendue. Onde per la trigesimaseconda del primo d'Euclide, i rimanenti angoli sono fra loro vguali, adunque per la quarta del sesto, i detti due triangoli hanno i lati che risguardan gli angoli vguali proportionali; onde la proportione del lato H K al lato H A è come la proportione del lato E H del picciolo al lato E H del grande, e perche dal presupposito il numero delle passa del lato E H del grande triangolo è vguale al numero delle particelle del lato E H del picciolo, ne segue che anco il numero delle passa del lato A H del grande, sia vguale al numero delle particelle del lato K H del picciolo. Oltre di questo l'angolo A H B, & 'gli angoli K L H, & A B H sono retti, e per la trigesimasecõda del primo, i rimanenti sono vguali; onde per la quarta del sesto, i lati, che risguar-

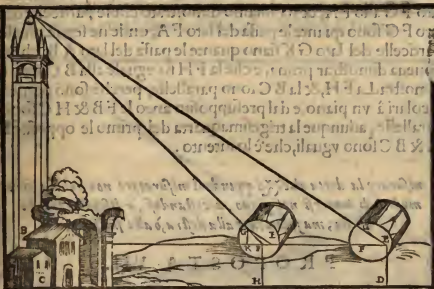
risguardatio gli angoli vguali sono proportionali, adunque la proportione del lato K L al lato A B, è si come la proportione del lato K H al lato A H: e finalmente perche fu dimostrato di sopra le passa del lato A H esser quate le particelle del lato K H, ne segue, che le passa del lato A B siano ancor esse quante le particelle del lato K L, che è la prima intentione. Poi, che la linea H G sia vguale alla linea B C, così si dimostra. la B H, & C G dal presupposito sono parallelle, & vguali: onde per la trigesima terza del primo, le rette B C, & H G, che le giungono sono parallelle, & vgnali, che è il secondo presupposito.

A misurare la detta altezza senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA VI.

SE vuoi misurare la detta altezza senza il Quadrato Geometrico fa in questo modo. Piglia il tamburo potendolo hauere, & in caso, che quello ti manchi, seruiti d'vna tauola, ò d'vn cartone, ò cosa sì fatta, si come altre uolte t'ho auuertito. Hor poniamo che tu habbi il tamburo, ferma quello al D, alto da terra quel tanto, che ti torna commodo per potere traguardare per la carta di esso la cima dell'altezza, & che essa carta stia nel piano, che passa per li punti A B C D. Fatto questo, segna in essa carta la linea E F parallella al piano D C, e dal punto E di quella traguarda la cima dell'altezza, cioè, il punto A, e segna nella carta del tamburo la linea E G, per la quale tu hai traguardato la detta cima dell'altezza. Ciò fatto, fà piantare verso l'altezza tre, ò quattro bacchette nella linea D C, e misura in quella vn numero di passa, principiando al D, e procedendo verso il C, il qual numero secondo il tuo parere, per li raccordi ch'io t'ho dato, sia commodo per fare questa misuratione, e questo porremo, che termini al punto H. Ancora con vna piccola misura, piglia altretante particelle nella linea E F, principiando allo E, e queste potremo finire allo F. Hor leua il tāburo da doue lo hai

fermato,

fermato, e di nuouo fermalo co'l pũto F allo H, nella maniera di prima, auuertẽdo, che la linea EF sia parallella alla DC. Ciò fatto traguarda dal punto F un'altra uolta la cima dell'altezza, & osserua doue la linea uisuale si seghi con la linea E G: e ciò per hora si faccia nel punto G; tira da esso G una perpendicolare alla linea E F, la quale cada al punto K. Hor se tu numeri quante uolte entra la piccola misura, con la quale hai misurato la linea E F, nella linea G K, harrai il numero delle passa dell'altezza A B, al quale aggiungi la linea B C, cioè, la E H, & hauerai tutta l'altezza A B C, che vuoi sapere.

Per la demostratione di questa proposta, intendi i due triangoli A F E, & G F E, de' quali l'angolo F è commune, e l'angolo E dell'uno è uguale all'angolo E del'altro; onde i restanti angoli sono per la trigesimaseconda del primo d'Euclide fra loro uguali: e perche sono di uguali angoli, per la quarta del sesto, i lati, che risguardano gli angoli uguali, sono proportionali, e per questo la proportione del lato F G al lato F A, è come quella del la-

to F E del piccolo al lato F E del grande, e le passa del lato F E del grande sono quante le particelle del lato F E del picciolo, per lo che ne segue, che le passa della F A siano quante le particelle della F G, e questo si tenghi à mente. Hora intendi i due triangoli A F B, & G F K, l'angolo B del grande, & K del picciolo sono retti: perche le linee A B, & G K sono perpendicolari dal presupposito alla linea B E, e l'angolo F è commune: onde per la trigesimaseconda del primo, i restanti angoli sono fra loro uguali, adunque per la quarta del sesto, hanno i lati, che risguardano gli angoli uguali proportionali, e per questo la proportione del lato G K, al lato A B, è si come la proportione del lato F G allo F A, & habbiamo dimostrato che le particelle del lato F G sono quante le passa del lato F A, onde ne segue, che le particelle del lato G K siano quante le passa del lato A B, che si doueua dimostrar prima, e che la F H sia vguale alla B C, cosi si dimostra. La F H, & la B C sono parallelle, perche sono perpendicolari à vn piano, e dal presupposito anco le F B & H C sono parallelle, adunque la trigesimaquarta del primo le opposite F H & B C sono vguali, che è lo intento.

A misurare la detta altezza quando il misuratore non habbia commodità di mouersi nel piano, accostandosi, ò discostandosi da quella; ma solamente alla destra, ò alla sinistra.

PROPOSTA VII.

SE ti occorresse non poterti accostare, ò discostare dalla detta altezza per misurarla, si come habbiamo supposto poter fare nelle precedenti proposte, e che tu possa in quel piano liberamente andare alla tua destra, ò alla sinistra, procederai in q̃sto modo. Facciamo, che tu habbi à misurare l'altezza A B C, & che tu sia al punto E. Per il modo della prima proposta della prima parte di questo libro, misura quanto sia dall'occhio tuo, il quale supporremo F, alla cima dell'altezza, cioè, al punto A. Fat-

to questo, ferma il Quadrato Geometrico con vno de'suoi angoli al punto F, e con la faccia nel piano, che passa per li punti A B F, e finalmente co'l lato F H parallello al piano C E, poi poni il pironcino della rega nell'angolo F, e dirizza quella con la vista al punto A, & indirizzata che ce l'hai, principiando al detto pironcino, numera in essa tante delle sue particelle, quante sono le passa della distantia F A, le quali di già ti sono note, e dal luogo, doue finirà questo numero fà cadere vna perpendicolare sopra il lato F H del Quadrato, la quale per hora cada nel punto H. Hora io dico, se tu poni la rega sopra questa perpendicolare, e numeri le particelle di quella comprese fra il punto G, & H harrai il numero delle passa A B, al quale aggiũtoui la B C, cioè, la F E, hauerai tutta l'altezza A B C, che desideri di sapere.

Per hauerne la demostratione intendi i due ttiangoli A F B, & G F H, l'angolo B, & H dal presupposito sono retti, perche habbiamo supposto lo A B, & G H perpẽdicolari sopra la B F, l'angolo F è commune, & i restanti angoli F G H, & lo A per

la trigesima seconda del primo fra loro vguali: onde per la quarta del sesto, la proportione del lato G F allo A F è si come lo G H allo A B, e dal presupposito nostro le particelle dello G F sono quante le passa dello A F: adunque le particelle dello G H sono quante le passa dello A B, che era da dimostrarsi. Poi che la F E sia vguale alla B C, egli è chiaro: perche la B F, & C E sono parallelle, & vguali: adunque per la trigesimaterza del primo le F E, & B C sono parallelle, & vguali, che è lo intento.

A misurare la detta altezza nel modo sopradetto senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA VIII.

SE vuoi misurare la detta altezza con le conditioni, che habbiamo supposto nella precedente, e senza il Quadrato Geometrico, lo farai facilmente valendoti del tamburo, ò tauola, si come tante volte s'è detto. Facciamo, che tu ti serua del tamburo, & che per la seconda proposta della prima parte di questo libro, tu habbi misurato la distantia dallo F alla cima dell'altezza, cioè, allo A. Ciò fatto, ferma il tamburo con la carta nel piano, che passa per li punti A B F, à esso punto F, dal qual punto per la carta del tamburo traguarderai lo A, e segnerai la linea visuale in essa carta, e poniamo quella esser la F G, in questa linea numera con una piccola misura tante particelle, quante sono le passa della distantia F A, già à te note, le quali porremo terminare al punto G. Ciò fatto, dal punto F verso il B nella carta del tamburo segna vna linea parallella al piano C E, e dal punto G sopra quella fà cadere vna perpendicolare, la qual sia G H. Hora io dico, se tu numeri le volte che la piccola misura, con la quale hai numerato le particelle della F G, entra nella linea G H, hauerai le passa della A B, alle quali aggiuntoui la F E, hauerai la misura di tutta l'altezza A B C, che cerchi di sapere.

La

La demoſtratione farai come la precedente, intendi il triangolo A F B, & lo G F H. l'angolo G H F è retto dal preſuppoſito, e lo A B F è retto per la vigeſimanona del primo: perche habbiamo preſuppoſto le linee B F, & C E parallelle, e l'angolo nel la propoſta ſi ſuppone retto, adunque anco lo A B F eſtrinſico oppoſito à lui è retto, lo F è commune à i detti due triangoli, & i reſtanti F G H, & A per la trigeſimaſeconda del primo, ſono ancor loro vguali. Onde ne ſegue, per la quarta del ſeſto, che la proportione del lato G F al lato A F, ſia come la proportione del lato G H al lato A B: ma s'è ſuppoſto le particelle della G F, quante le paſſa dello A F, adunque le particelle dello G H ſono quante le paſſa dello A B, che era da dimoſtrarſi. Che la F E ſia vguale alla B C, coſi ſi dimoſtra. l'vna, e l'altra d'eſſe dal preſuppoſito ſono perpendicolari al piano C E, e quelle linee, che ſono perpendicolari à vn medeſimo piano, per la ſeſta dell'vndecimo ſono parallelle, e dal preſuppoſito anco le C E, & B F ſono parallelle, adunque la ſuperficie B E è contenuta da'lati equi-

diſtanti,

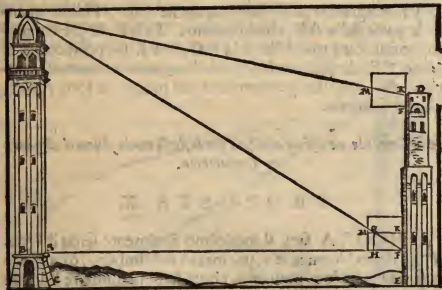
diſtanti, e per la trigeſimaquarta del primo, i lati oppoſiti F E, & B C ſono vguali fra loro, che è lo intento.

A miſurare la detta altezza, ſenza poterſi eſtendere da niuna parte nel piano, valendoſi d'vn'altra altezza.

PROPOSTA IX.

SE ti occorreſſe douer miſurar l'altezza A B C ſenza poterti valere d'vn piano; ma che tu habbi vn'altra altezza eretta nel medeſimo piano C E, della quale tu ne ſappi la quantià, e queſta per hora ſia la D E. Farai in queſto modo, perche tu ſai la quantità di eſſa, piglia vn numero di paſſa della ſua altezza, principiando dalla cima D, e procedendo verſo il piede ſuo E, il quale numero di paſſa ti torni commodo, e per accommodare il pironcino della rega nello ſtrumento, & ancora per potere al fine di quella accommodare lo ſtrumento, e ſupporremo, che queſto numero di paſſa termini al punto L. Ciò fatto, numera in uno de' lati da i buchi altrettante particelle, principiando dall'angolo contenuto da i due lati da i buchi, & doue queſte finiſcono, che ſupporremo eſſere al punto K, poni eſſo punto alla cima dell'altezza D E, & ferma lo ſtrumento con la faccia nel piano, che paſſa per li punti A C E D, e che'l lato K F ſtia al perpendicolo. Fatto queſto, poni il pironcino della rega nel punto K, e dirizza quella con la viſta al punto A, cioè, alla cima dell'altezza che vuoi miſurare, & oſſerua in qual luogo del lato del Quadrato paſſa il lato diritto della rega, che porremo eſſere nel punto M, poi leua lo ſtromento, e ponilo con l'angolo F al punto L, & del reſto ſituato, come prima, e poni il pironcino della rega nell'angolo F, e dirizza quella vn'altra volta al punto A, oſſeruando diligentemente doue il lato diritto di quella ſeghi la linea K M, per la quale la prima volta traguardaſti il punto A, e ciò ſia per hora nel punto G, dal quale farai cadere una perpendicolare ſopra il lato del Quadrato, la qual ſia G H. Hor dico, ſe

poni

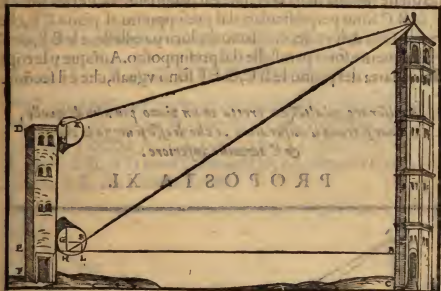
poni la rega ſopra la detta perpendicolare, e numeri le particel-
le di quella compreſe fra il G, e lo H, che harrai il numero delle
paſſa dell'altezza A B, alle quali aggiuntoui la B C, cioè, L E,
harrai tutta l'altezza A B C, che cerchi di ſapere.

Per farne la demoſtratione intendi i due triangoli A F B, &
G F H, gli angoli A B F, e G H F ſono uguali fra loro, perche
ogn'uno è retto, il G H F perche dal preſuppoſito noſtro la
G H è perpendicolare ſopra la B F, & lo A B F perche è l'eſtrin-
ſico delle due parallelle B F, & C E, & oppoſito al C, il quale è
ſuppoſto retto, e ciò è dimoſtrato dalla vigeſimanona del pri-
mo, l'angolo A F B è commune, e per la trigeſimaſeconda del
primo, il reſtante angolo F G H è uguale al reſtante angolo
F A B, onde per la quarta del ſeſto, la proportione del lato G F
allo A F è ſi come del lato A E al lato A B, e queſto terrai à men
te. Hora intendi i due triangoli A K F, & G K F, l'angolo K del-
l'uno dal preſuppoſito è uguale all'angolo K dell'altro, e l'ango-
lo F ui è commune, e per la trigeſimaſeconda del primo, i reſtan-
ti

ti angoli K A F, & K G F ſono fra loro uguali, per la qual coſa, per la quarta del ſeſto, la proportione del lato G F allo A F è ſi come dello F K del grande, adunque la proportione dello F K del picciolo allo F K del grande è ſi come lo G H allo A B: ma le particelle dello F K del picciolo, ſono quante le paſſa dello F K del grande, dunque le particelle della G H ſono quante le paſſa della A B, che è il primo. La B F, & C E dal preſuppoſito ſono parallelle, e la B C, & F E perpendicolari al piano C E, dunque per la ſeſta dell' vndecimo ancor eſſe ſono parallelle, e per la trigeſimaquarta del primo fra loro vguali, che è il ſecondo.

A miſurare la medeſima altezza per lo ſteſſo modo ſenza il Quadrato Geometrico.

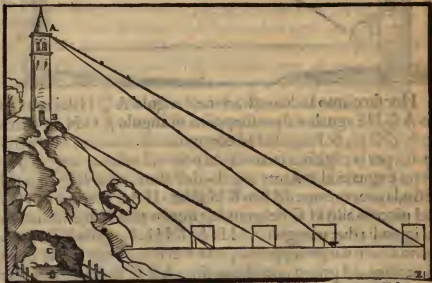
PROPOSTA X.

ANCORA farai il medeſimo facilmente ſenza il Quadrato Geometrico, per mezzo del tamburo, ò tauola, ò coſa ſì fatta. Hora poniamo, che tu habbi à miſurare l'altezza A B C, valendoti dell'altezza D E F, il piede d'ogn'vna delle quali ſia in vno medeſimo liuello, per far queſto accommoda il tamburo alla cima dell'altezza D E F, e con la carta nel piano, che paſſa per li punti A C F D. Ciò fatto, ſegna in eſſa carta la linea G H al perpendicolo, & dal punto G, traguarda il punto A, e ſegna nella carta la linea viſuale G K, poi leua il tamburo, e ſcendi dall'altezza, della quale ſuppongo, che tu ne ſappi la quantità, & alla parte inferiore di quell a guarda doue ti torna bene il fermare vn'altra volta il tamburo, e ſecondo il numero delle paſſa, che ſaranno dalla cima di queſta altezza fino al luogo, che harrai conſiderato eſſerti commodo, il quale porremo eſſere lo E, miſura con vna piccola miſura nella linea G H ſegnata nella carta del tamburo tante particelle, principiando al G; le quali ſupporremo terminare allo H. Fatto queſto, di nuouo ferma il tambu-

ro co'l punto H al punto E, e nel resto situato, come prima, e dallo E traguarda vn'altra volta lo A, e segna nella carta la linea visuale, la qual sia H K, e si seghi nel punto K con la linea G K, dal qual punto fà cadere vna perpendicolare, cioè, K L sopra la linea H L B menata dallo H parallella alla F C. Hora io dico, che quante volte entrerà la piccola misura nella linea K L, che tante passa saranno dallo A allo B, alla quale altezza aggiuntoui la B C, ò la E F harrai tutta l'altezza, che vuoi sapere.

Hor facciamo la demostratione, l'angolo A G H del triango lo A G H è vguale dal presupposito all'angolo K G H del triangolo K G H; & l'angolo H è commune ad amendue questi triã goli, e per la trigesimaseconda del primo, il restante angolo dell'vno è vguale al restante angolo dell'altro: e per la quarta del sesto, la proportione del lato K H al lato H A è si come lo H G del piccolo allo H G del grande, e questo tienti à memoria. Ho ra intendi i due triangoli A H B, & K H L, l'angolo K L H dell'uno è retto dal presupposito, e lo A B E dell'altro per la uigesimanona del primo, perche la linea A B C cade sopra le due

rette B E, & C F dal presupposito parallelle, e l'angolo H è commune à i detti due triangoli, adunque per la trigesimaseconda del primo, il restante angolo H K L del picciolo è vguale al restante angolo H A B del grande, e per la quarta del sesto, la L K alla B A è si come la H K alla H A, ouero si come lo H G del picciolo triangolo allo H G del grande, e dal presupposito nostro le particelle dello G H del picciolo triangolo sono quante le passa della G H del grande, adunque le particelle della L K sono quãte le passa della B A, che è il primo intẽto. Le due linee E F, & B C sono perpẽdicolari dal presupposito al piano C F, che per la sesta dell'vndecimo sono fra loro parallelle, e le B E, & C F similmente sono parallelle dal presupposito. Adũque p la trigesimaquarta del primo le B C, & E F sono vguali, che è il secõdo.

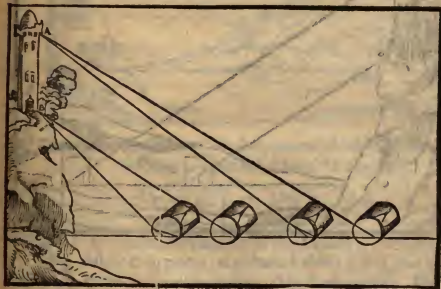
A misurare un'altezza eretta in un piano più alto di quello, doue si troua il misuratore, e che di essa si uegga la cima, & il termine inferiore.

PROPOSTA XI.

VOLEN-

VOLENDO misurare vn'altezza eretta sopra vn piano piu alto di quello, doue tu ti ritroui, della quale tu vegga l'vno e l'altro termine, si come se tu hauessi à misurare l'altezza A B, ritrouandoti nel piano D E, la quale verrebbe ad essere retta sopra l'altezza B C D, fà in questo modo, misura come t'insegna la terza proposta di questa parte del libro, l'altezza A B, e per lo medesimo modo misura l'altezza B D. Fatto questo, leua dall'altezza A D, l'altezza B D, e ti resterà l'altezza A B, che cerchi. Ecco q sotto la figura, ne accade farne altra demostratione.

A misurare la medesima altezza, senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA XII.

SE vuoi misurare questa altezza senza il Quadrato Geometrico, misura per la quarta proposta di questa parte del libro l'altezza A D, & l'altezza B D, e dalla prima misurata, cioè, dallo A D trane l'altezza B D, e quello, che ti resta sarà l'altezza A B, che ricerchi sapere.

 A misu-

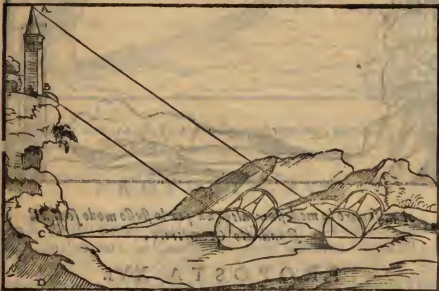
A misurare la detta altezza, quando il misuratore non hauesse commodità di mouersi nel piano uerso l'altezza, ò discostandosi da quella; ma solamente alla destra, ò alla sinistra.

PROPOSTA XIII.

SE hauesti à misurare la detta altezza potendo solamente andare per il piano alla tua destra, ò alla sinistra, farai in questo modo: misura l'vna, e l'altra dell'altezze, cioè, la A D, & la B D, come t'insegna la quinta proposta di questa parte del libro, e dall'altezza A D leuane l'altezza B D, e quello, che ti rimane sarà l'altezza A B, che vuoi sapere.

A misurare la detta altezza nel modo sopradetto senza il Quadrato Geometrico.

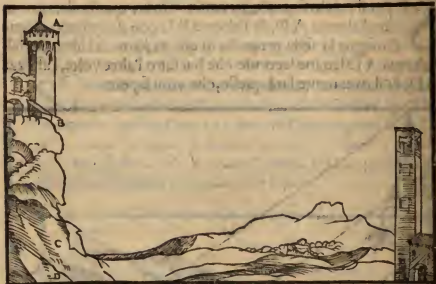
PROPOSTA XIIII.

SE per il modo sopradetto vuoi misurare questa altezza, misura l'altezza A D, & l'altezza B D con il tamburo, come t'insegna la sesta proposta di questa parte del libro, e dall'altezza A D leuane secondo che hai fatto l'altre volte, l'altezzà B D, & il rimanente sarà quello, che vuoi sapere.

A misurare la detta altezza senza potere estendersi da niuna parte nel piano, valendosi d'vn'altra altezza.

PROPOSITA XV.

SE ti occorresse misurare la detta altezza A B senza poterti valere d'vn piano: ma che tu habbi vn'altra altezza, della quale ne sappi la quantià, fà in questo modo. Misura, si

come

come t'insegna la settima proposta di questa parte del libro, l'altezza A D, e l'altezza B D. Ciò fatto, leua la quantità dell'altezza B D da quella della A D, e ti resterà la misura dell'altezza A B, che voleui sapere.

A misurare la medesima altezza per lo stesso modo senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA XVI.

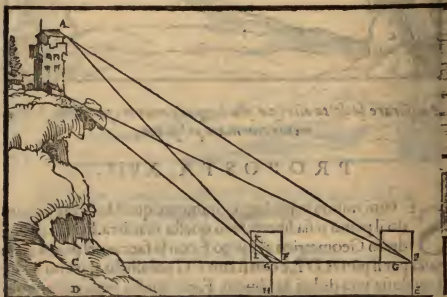
VOLENDO tu misurare per lo stesso modo la detta altezza senza il Quadrato Geometrico, misura l'altezza A D, & la B D per la ottaua proposta di questa parte del libro, e dalla misura dell'altezza A D, leuane quella dell'altezze B D, & quello, che ti resta sarà la misura dell'altezza A B, che desideraui sapere.

A mi-

A misurare la detta altezza piu leggiadramente, potendosi liberamente caminare pel piano.

PROPOSTA XVII.

SE vuoi misurare piu leggiadramente questa altezza, quando il piano ti sia libero, fa in questa maniera. Ferma il Quadrato Geometrico al punto E con la faccia nel piano, che passa per li pũti A D E, e con il lato F G parallello al piano D E, il quale sia vno de'lati da i buchi. Fatto questo, poni nell'angolo F il pironcino della rega, e con la vista indrizza quella vna volta al punto A, & vn'altra al punto B, & osserua ogni volta doue il lato diritto di essa passi pel lato del Quadrato, poi secondo il solito nel piano E D, principiando al punto E, & procedendo verso il D, numera quante passa ti piace, e numera altre tante particelle nel lato F G del Quadrato, principiando all'angolo F; e poniamo che le passa terminino nel piano al punto H, e le

particelle nel lato del Quadrato al punto G. Ciò fatto, leua lo ſtromento, e di nuouo fermalo col punto G ſopra il punto H, e che nel reſto ſia ſituato come prima; poi poni il pironcino del la rega nel punto G, e dirizza quella vn'altra volta all'vno,& al-l'altro de i due punti A & B,oſſeruando diligentemente doue il lato diritto di quella s'interſeghi con i tranſiti fatti da lei, quando prima tu la indirizzaſti à eſſi punti,mentre che lo ſtromento ſtaua allo E, e ciò ſupporemo auuenire ne'punti K, & L. Hor poni la rega ſopra eſſi punti, e numera quante particelle di eſſa ſono compreſe fra loro,& hauerai il numero delle paſſa dell'altezza A B,che cerchi di ſapere.

Queſta demoſtratione harrai in queſto modo,intendi il triangolo A G F, & il triangolo K G F, l'angolo F dell'uno, e l'ango lo F dell'altro dal preſuppoſito noſtro ſono vguali,e l'angolo G vi è commune, che per la trigeſimaſeconda del primo,il reſtante angolo G K F dell'vno è vguale al reſtante angolo G A F del l'altro, e per la quarta del ſeſto, la proportioue del lato G K al

lato

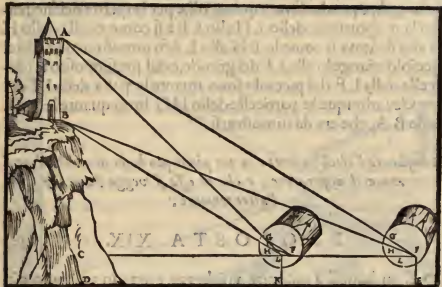
lato G A è come del lato G F del picciolo triangolo al lato G F del grande, e questo tienti à mente. Hor intendi il triangolo B G F, & il triangolo L G F, l'angolo F dell'uno, e l'altro sono vguali fra loro dal presupposito, e l'angolo G vi è commune: onde per la trigesimasecóda del primo, il restante angolo G L F dell'vno è vguale al restante angolo G B F dell'altro, e per la quarta del sesto, la proportione del lato G L al lato G B è come quella del lato G F del picciolo triangolo al lato G F del grande, cioè, si come la G K alla G A; il che tieni à memoria. Hor fà che sia segnata la linea K L, & intendi il triangolo A G B, & il triangolo K G L, già habbiamo dimostrato, che la proportione della G L alla G B è si come la proportione della G K alla G A per la premutata sarà la G L alla G K, si come la G B alla G A: dunque i due triangoli A G B, & A G L hanno l'angolo G com mune, e i lati attorno à quello proportionali: onde ne segue per la sesta del sesto, che siano equiangoli, e per la quarta del medesi mo, la proportione della G L alla G B si come la proportione della L K alla B A: ma habbiamo dimostrato la G L alla G B essere si come la G F del picciolo triangolo alla G F del grande, e dal presupposito nostro la G F del picciolo, ha tante delle particelle del lato del Quadrato quante sono le passa della G F del grande, dunque la K L ha tante dell'istesse particelle, quante sono le passa dello A B, che era da dimostrare.

I *A mi-*

A misurare la detta altezza nel modo sopradetto senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA XVIII.

VOLENDO misurare la detta altezza senza il Quadrato Geometrico per lo stesso modo, piglia il tamburo, e fermalo al punto E con la faccia nel piano, che passa per li punti A B E, e cosi alto da terra, che non ti sia incommodo il traguardare per la carta di quello li punti A, & B. Ciò fatto, traguarda per la detta carta l'uno, e l'altro d'essi punti A & B, & che ogn'una delle due linee uisuali habbiano principio allo F, le quali segnarai nella carta del tamburo, e supporremo che siano la G F indirizzata allo A, e la F H indirizzata al B, dapoi principia allo E, & uerso il D misura quante passa ti pare star bene, le quali porremo, che terminino al K, e dal punto F segnerai nella carta del tamburo una linea trauersa, & parallella al piano D E, & in essa con una picciola misura, principiando allo E, numera tante particelle, quante sono state le passa della linea E K, e queste porremo terminare al punto L. Hor leua il tamburo da questo luogo, e reponilo co'l punto L al punto K, e con la linea L F parallella al piano D E, e nel resto situato come prima, restando di questa maniera fermo, traguarda un'altra uolta dal punto L i punti A & B, e segna le linee uisuali, le quali porremo che si seghino con le prime ne'punti G & H. Fatto questo, segna una linea dal punto G al punto H: hor dico, che se tu numererai le particelle di detta linea con la picciola misura, che numerasti quelle della linea F L, harrai il numero delle passa del l'altezza A B, che cerchi di sapere.

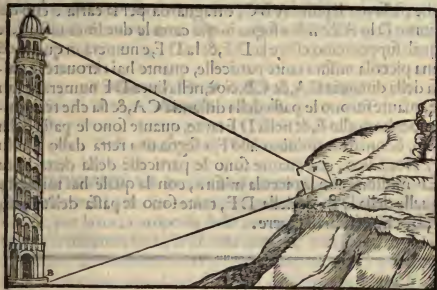
Per

Per la demostratione intendi i triangoli A L F,& G L F,l'angolo F dell'uno è uguale all'angolo F dell' altro dal presupposito,e l'angolo L ui è commune, e per la trigesimaseconda del primo il restante angolo dell'uno è uguale al restante angolo dell'altro . Per la quarta del sesto la proportione del lato L G al lato L A è si come del lato L F del picciolo triãgolo al lato L F del grande,hor questo tienti à mente,& intendi il triangolo B L F , & il triãgolo H L F,l'angolo F dell'uno è uguale all'angolo F dell'altro,dal presuppósito,e l'angolo L ui è commune,& i restanti angoli sono uguali,per la trigesimaseconda del primo: onde per la quarta del sesto , la proportione del lato L H al lato L B è si come del lato L F del picciolo al lato L F del grande: e perche prima dimostrai , che lo L F del picciolo allo L F del grande era si come lo L G allo L A; ne segue , che lo L G allo L A s'habbia si come lo L H allo L B,e permutatamente lo L G allo L H,si habbia si come lo L A allo L B , adunque habbiamo i due triangoli A L B, & G L H,i quali hanno l'angolo L commune,& i lati in

torno à quello proportionali, che per la ſeſta del ſeſto ſono equiangoli, e perche ſono equiangoli, e per la quarta del medeſimo la proportione dello L H allo L B è ſi come quella dello H G allo B A: ma ſi come lo L H allo L B fu dimoſtrato la L F del picciolo triangolo alla L F del grande, e dal preſuppoſito le particelle della L F del picciolo ſono quante le paſſa della L F del grande: adunque le particelle dello H G ſono quante le paſſa dello B A, che era da dimoſtrarſi.

A miſurare l'altezza eretta in vn piano piu baſſo di quello, doue ſi troua il miſuratore, e che di eſſa ſi vegga l'vno, & l'altro termine.

PROPOSTA XIX.

SE tu haueſſi à miſurare vn'altezza eretta in vn piano piu baſſo di quello, doue tu ti troui, ſi come ſe tu haueſſi à miſurare l'altezza A B, ritrouandoti nel piano C, dal quale tu veggi l'vno, e l'altro de' termini della detta altezza, fa in queſto modo. Dal C miſura per la prima propoſta della prima parte di queſto libro, la diſtantia, che è da eſſo C allo A, & al B. Ciò fatto, ferma il Quadrato Geometrico con la faccia nel piano, che paſſa per li punti A B C, e co'l lato D E indirizzato al B, & con l'angolo D al C. Fatto queſto, poni il pironcino della rega nell'angolo D, e indirizza quella alla cima dell'altezza, cioè al punto A, & numera in eſſa rega tante particelle, quante hai ritrouate le paſſa della diſtantia C A, & queſte per hora terminino al punto F, e nel lato C E del Quadrato numerane tante, quante hai ritrouate le paſſa della diſtantia C B, e queſte terminino per hora allo E. Hor dico, che ſe poni la rega ſopra i punti F & E, e numeri le particelle d'eſſa compreſe fra quelli harrai il numero delle paſſa dell'altezza A B, che cerchi di ſapere.

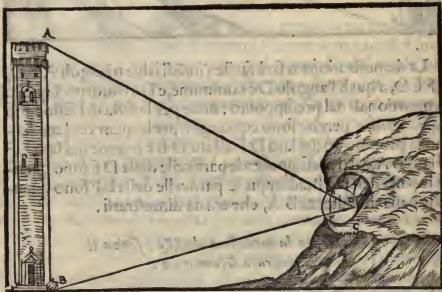
La

La demostratione ti sarà facile s'intẽdi i due triangoli A B D, e F E D, a'quali l'angolo D è commune, e i lati intorno à quello proportionali dal presupposito: onde per la sesta del sesto sono equiangoli, e perche sono equiangoli per la quarta del medesimo la proportion del lato D E al lato D B è si come del lato E F al lato B A, e dal presupposito le particelle della D E sono quante le passa della D B, adunque le particelle della E F sono quante le passa dell'altezza B A, che era da dimostrarsi.

A misurare la medesima altezza, senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA XX.

SE VVOI misurare la detta altezza senza il Quadrato Geometrico, piglia il tamburo, & misura come t'insegna la seconda proposta della prima Parte di questo libro, le distantie C B,

&

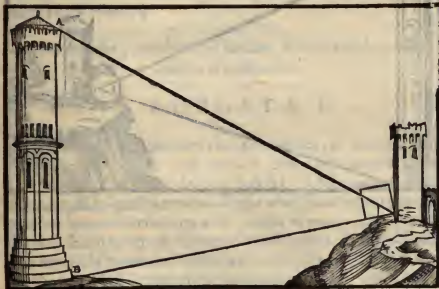
& C A. Ciò fatto, ferma il tamburo al C con la carta nel piano, che passa per li punti A B C, e traguarda per la carta d'esso dal punto D lo A, & il B, e segna in essa carta le due linee uisuali, le quali supporremo essere la D E, & la D F, e numera in quelle cô una piccola misura tante particelle, quante hai ritrouate le passa della distantia C A, & C B, cioè, nella linea D E numerane tante, quante furono le passa della distantia C A, & sia che termini-no per hora allo E, & nella D F tante, quante sono le passa della C B, & queste terminino allo F, e segna una retta dallo E allo F. Hora dico, che quante sono le particelle della detta linea E F misurate con la piccola misura, con la quale hai misurato quelle della D E, & della D F, tante sono le passa dell'altezza A B, che cerchi di sapere.

Hora intendi i due triangoli A B D, & E F D, i quali hanno l'angolo D commune, e dal presupposito i lati intorno à quello, proportionali, che per la sesta del sesto sono equiangoli, & per la quarta del medesimo, la proportione del lato D F al lato D B,

è si

è si come del lato F E al lato B A, e dal presupposito le particelle del lato D F sono quante le passa del lato D B, dunque le particelle dello F E sono quante le passa dell'altezza B A, che è l'intento.

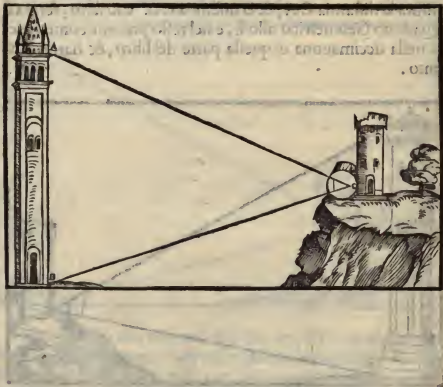
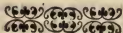
A misurar la detta altezza, ualendosi d'un'altra altezza.

PROPOSTA XXI.

SE HAVERAI à misurare la detta altezza, e non ti possi ualere del piano; ma ti torni bene ualerti d'un'altra altezza, per la terza proposta della prima Parte di questo libro, misura la distantia C A, & la distantia C B. Ciò fatto, ferma il Quadrato Geometrico allo E, e nel resto procedi come facesti nella decimanona di questa parte del libro, & harrai l'intento.

A misu-

A misurare la detta altezza per lo stesso modo senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA XXII.

SE TV hauessi à misurare per lo stesso modo la detta altezza senza il Quadrato Geometrico, per la quarta proposta della prima parte di questo Libro, misura la distantia C A, & la distantia C B, poi ferma il tamburo al C, & il resto opera come facesti nella uigesima proposta di quella parte del Libro, che hauerai l'intento.

DELLA PROFONDITA PARTE TERZA.

LA PROFONDITA, come fù detto da principio nella diuisione del libro è la retta, ch'al perpendicolo vá in giù, & questa può occorrere al misuratore solamente in due modi, cioè, ò egli potrà andare al termine superiore di quella, ouero sarà necessitato restare al quanto discosto da quello : hor veniamo à gli essempij.

A misurare vna profondità, al termine superiore della quale possi andare il misuratore.

ROPOSTA I.

SE tu hauessi à misurare vna profondità, al termine superiore della quale possi andarsi, come se tu hauessi à misurare la profondità del pozzo A B C D, del quale tu ne vedi il fondo, fa in questo modo. Piglia vna lista di legno, & poni quella à trauerso della bocca del pozzo in modo, che uno de' suoi lati stia in luogo di diametro di essa bocca, & sopra il detto lato ferma il Quadrato Geometrico con vno de gli angoli al pũto A, e con due de' lati al perpendicolo : ma che'l lato, che stá sopra il taglio della tauola sia vno di quelli da i buchi. Ciò fatto,

miſura il diametro della bocca del pozzo,& quanti piedi lo troui, numera tante particelle nel lato del Quadrato, che giace ſopra la ſudetta liſta, & à numerarle principia dall'angolo A,& al fine di queſte, che porremo eſſere al punto E,porrai il taglio diritto della rega al meglio che potrai,ſe tu doueſſi far che vno ve lo teneſſe con la mano,poi ſtando ſopra il Quadrato Geometrico con l'occhio,piglierai l'altro capo della rega in mano, & alzando, ò abbaſſando quello l'indirizzerai con la viſta al punto C, & ponemo che ciò ti venghi fatto, tagliando il lato diritto della rega il lato del Quadrato nel punto F.Hor numera le particelle del lato del Quadrato compreſe fra l'angolo A,& il punto F,e tanti piedi, quante ſono queſte particelle è profondo il pozzo,che è quello che cerchi di ſapere.

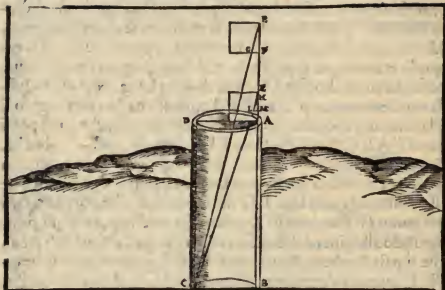
A farne la demoſtratione intendi i due triangoli F A E, & F B E, l'angolo A del picciolo, e l'angolo B del grande ſono dal preſuppoſito retti,e l'angolo F vi è commune, che per la trigeſimaſeconda del primo, anco i reſtanti angoli ſono vguali fra loro,

ro, e per la quarta del ſeſto, la proportione dello F A allo F B è come dello A E allo B C, e dal preſuppoſito le particelle dello A E ſono quanti i piedi dello A D, cioè, della B C, adunque le particelle della A F ſono quanti i piedi della B F, che era da dimoſtrarſi.

A miſurare la detta profondità, ſenza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA II.

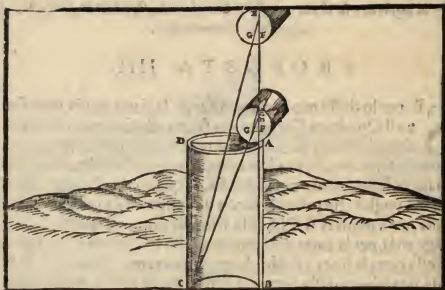
SE vuoi miſurare la detta profondità ſenza il Quadrato Geometrico, piglia il tamburo, e ferma quello con la carta, ſopra la quale ſi batte nel piano che paſſa per li punti A B C D, e che alquanto d'eſſa reſti fuore della linea A B. Ciò fatto, ſegna in eſſa carta la linea E F perpendicolare al diritto della linea A B, come vedi nella figura, & al piede di quella, cioè, allo F, ſegnane la F G parallella all'orizonte, che ſarà l'angolo F retto, poi miſura quãti piedi è il diametro della bocca del pozzo, e nel la linea F G, principiando allo F, numera con vna piccola miſura altrettante particelle, & al fine di quelle, che ſia per hora il G, poniui vn ſegnetto, che porga alquanto in fuora, & poi và cercando con l'occhio nella linea E F vn punto, dal quale la viſta tua indirizzata al C, paſſi per il ſegno poſto al G, e ciò ti venghi hor fatto, ſtando l'occhio tuo al punto E. Dico ſe numeri le particelle della linea E F con la piccola miſura, con la quale numeraſti F G, hauerai il numero de' piedi della linea F B, che cerchi di ſapere.

t'ho mostrato à misurarla co'l Quadrato Geometrico, ho voluto mostrarti quest'altro modo, il quale forse ti sarà più grato. Hor se vuoi misurarla, piglia vn'hasta alquanto alto, e dirizza quella eretta sopra il punto A. Ciò fatto, monta sopra alcuna cosa, che tu sia alto sopra la cima di detta hasta, & poni il Quadrato Geometrico co'l lato E F dietro essa hasta, con l'angolo E alla sommità di quella, e con la faccia nel piano, che passa per li punti E A B C D, & che'l lato E F sia vno di quelli da i buchi. Fatto questo, poni il pironcino della rega nell'angolo E del Quadrato; & indirizza quella con la vista al punto C, e nota doue ella s'intersega co'l lato F G del Quadrato, che porremo farsi nel punto G. Hor leua il Quadrato Geometrico, e misura, principiando alla cima dell'hasta, in essa hasta quel numero di piedi, che ti paia star bene, & nel lato E F del Quadrato, principiando allo E, numera altrettante delle particelle, & al fine di quelle, che porremo esser lo H, poniui il pironcino della rega, e di nuouo fermerai il Quadrato Geometrico co'l punto H al fine de i piedi, che hai misurati nell'hasta, e nel resto situato come prima, e stando fermo in questa maniera indirizza vn'altra volta la rega al punto C, & osserua doue il lato diritto di quella s'intersega con la linea E G, per la quale la prima volta traguardasti il B, e ciò auuenga nel punto L. Hor mena vna linea parallela al lato F G del Quadtato, dal punto L al lato E F, e questo ti sarà facile, per le linee parallelle segnate nel Quadrato; ma poniamo ch'ella sia la L M: hor dico che quante sono le particelle del lato del Quadrato comprese fra lo E & lo M, tanti essere i piedi dalla sommità dell'hasta per insino al B nella profondità del pozzo, il qual numero di piedi leuatione quei tanti che sono dalla cima dell'hasta fino alla bocca del pozzo, ti resta quelli che sono dalla detta bocca fino al B, che cercaui di sapere.

Per questa demostratione intendi i due triangoli E H L, & E H C, l'angolo E dell'vno dal presupposito è vguale all'angolo E dell'altro, l'angolo H vi è commune, e per la trigesimaseconda del primo, i restanti angoli sono ancora fra loro vguali. Onde per la quarta del sesto, il lato E L al lato E C ha quella proportione, che ha lo E H del picciolo allo E H del grande, e le particelle del lato E H del picciolo sono quanti li piedi dello E H del grande, dunque le particelle dello E L sono quante le passa dello E C, e questo tienti à mente. Hora intendi i due triangoli E B C, & E M L, l'angolo M dell'vno, e lo B dell'altro sono retti dal presupposito, e similmente dal presupposito, l'angolo E del l'vno è vguale all'angolo E dell'altro, che per la trigesimaseconda del primo, i restanti angoli sono ancor fra loro uguali: dunque per la quarta del sesto, il lato E L al lato E C, si ha come il lato E M del picciolo al lato E M del grande, e di sopra fu dimostrato, che le particelle dello E L sono quante le passa dello E C, dunque le particelle dello E M sono quante le passa dello E B, che era da dimostrarsi.

A mi-

A misurare la detta profondità nel modo sopradetto senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA IIII.

SE per lo stesso modo vuoi misurare la detta profondità sen za il Quadrato Geometrico,ferma alla sommità dell'hasta il tamburo,ò vna tauola,ò vn cartone,& in quello , che vi hauerai fermato,che per hora supporremo essere il tamburo,se gnaui la linea E F al perpendicolo, la quale cada à diritto dello A : ma voglio che prima la faccia del tamburo sia nel piano,che passa per li punti A B C D,& lo E sia alla sommità dell'hasta,hor traguarda,per la carta del tamburo dallo E il punto C, & segna in essa carta la linea visuale, la quale porremo essere E G, hor leua il tamburo dalla sommità dell'hasta, & principiando dalla detta sommità,misura in essa quel numero di piedi, che ti pare star bene, e nella linea E F, principiando allo E con una piccola misura,numera altrettante particelle,le quali porremo terminare al punto H. Ciò fatto, ferma il tamburo co'l punto H al fine del numero de'piedi,che hai misurato nell'hasta,e nel resto situa to come prima,e restando di questa maniera fermo , traguarda vn'altra uolta il C dal punto H, & segna la linea uisuale, la qual porremo segarsi con la E G prima nel punto G. Hor mena dal punto G una perpendicolare sopra la linea E F, & questo per hora cada sopra il punto F: hor dico,che se misurerai con la pic ola misura, con la quale hai misurato la linea E H, la linea E F, c'harrai il numero de'piedi dalla sommità dell'hasta infino al B nel profondo del pozzo, dal qual numero leuane il numero de'piedi, che sono dalla sommità dell'hasta fino alla bocca del pozzo, e ti resterà quello, che cerchi.

Per la dimostratione intendi il triangolo E H C, & E H G, l'angolo E dell'uno è uguale all'angolo E dell'altro, e l'angolo H ui è commune: e per la trigesimaseconda del primo, i restanti angoli sono uguali fra loro, e per la quarta del sesto la proportione del lato E H del picciolo triangolo, al lato E H del grande è come la proportione del lato E G al lato E C, e dal presupposito le particelle dello E H del picciolo sono quanti i piedi dello E H del grande. Dunque ne segue, che le particelle dello E G siano quanti sono i piedi dello E C, e questo tienti à mente. Hora intendi il triangolo E C B, & il triangolo E G F, gli angoli E dell'uno, & dell'altro sono dimostrati uguali: e l'angolo E F G, & l'angolo B dal presupposito sono retti, che per la trigesimaseconda del primo, i restanti angoli sono ancor fra loro uguali: onde per la quarta del sesto la proportione del lato E G al lato E C è come la proportione del lato E F al lato E B, & è stato dimostrato, che le particelle del lato E G sono quanti i piedi del lato E C: onde ne segue, che le particelle del lato E F siano quanti sono li piedi

di del lato EB, e questo è quello che si doueua da noi dimostrare.

A misurare una profondità, al termine superiore della quale il misuratore non possi andare.

PROPOSTA V.

SE hauerai à misurare una profondità, e che non possi andare al termine superiore di quella, si come se tu hauesti à misurare la profondità della ualle A, ritrouandoti sopra il monte B, fa in questo modo, misura per la prima proposta della prima Parte del libro la distantia B A, & auuuertisci ch'io suppono, che sopra il detto monte ui sia un piano, nel quale tu ti possi mouere, ò alla destra, ò alla sinistra: misurato, che hauerai la distanza B A, ferma il Quadrato Geometrico al punto B con la faccia per un piano eretto all'orizonte, e che passi per li punti A, & B, & il lato C D sia al perpendicolo: hor stando fermo in questa maniera lo stromento, poni il pironcino della rega nell'angolo C, & indirizza quella con la vista al punto A, e indirizzata che ve l'hai, numera in essa, principiando al C, tante particel le, quante sono le passa della distantia B A, le quali dianzi misurasti: e doue questo numero di particelle finisce segnaui vn punto, che per hora supporremo esser lo E, & da questo punto mena vna perpendicolare al lato C D, e questa sia la E D: hor dico, che se numeri le particelle del lato del Quadrato comprese fra il C, & il D, che hauerai il numero delle passa della linea C F, dalla quale leuatone la C B, ti resta la profondità della valle, che cerchi di sapere.

Per hauerne la demostratione intendi i due triangoli C A F, & C E D, l'angolo C D E dell'vno è vguale all'angolo F dell'altro, & l'angolo C vi è commune, onde per la trigesimaseconda del primo, i restanti angoli sono ancora fra loro vguali: e per la quarta del sesto, la proportione del lato C E al lato C A è come del lato C D al lato C F, e dal presupposito le passa del lato C A sono quante le particelle del lo C E, onde ne segue, che le passa della C F siano quante le particelle dello C D, dal qual numero di passa leuatone la misura della linea C B, ne sono note le passa della B F, cioè, le passa della profondità; il che era da dimostrarsi.

A misurare la detta profondità, senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA VI.

SE vuoi misurare la detta profondità, senza il Quadrato Geometrico, piglia il tamburo, e con quello, per la seconda proposta della prima Parte di questo libro, misura la distantia B A. Ciò fatto, ferma il tamburo al B con la faccia sua nel piano eretto all'orizonte, il qual passi per li punti A B, e per la carta di quello, traguarda il punto A, & in essa segna la linea visuale, la qual sia C D, e dal C fa cadere vna perpendicolare, la quale supporremo C E al diritto del B, hor numera con vna piccola misura nella linea C D, principiando al C, tante particelle, quante sono le passa della distantia B A, la qual dianzi hai misurato, e dal termine delle dette particelle, che supporremo il D, mena vna perpendicolare alla linea C E, la quale per hora cada al punto E: dico, che se numeri le particelle della E C con la piccola misnra, con la quale misurasti quelle della C D, harrai il numero delle passa della linea C F, dalle quali passa leuane la linea C B, & ti resterà quelle della B F, e tanto sarà la la profondità della ualle, che cerchi di sapere.

A misurare la detta profondità, valendosi d'un'altezza.

PROPOSTA VII.

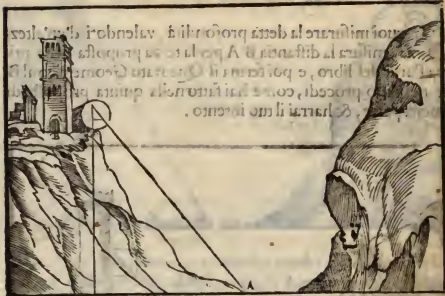
SE vuoi misurare la detta profondità, valendoti d'vn'altezza, misura la distantia B A per la terza proposta della prima Parte del libro, e poi ferma il Quadrato Geometrico al B, & nel resto procedi, come hai fatto nella quinta proposta di questa parte, & harrai il tuo intento.

A misurare per lo stesso modo la detta profondità senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA VIII.

SE vuoi misurare la detta profondità per lo stesso modo, e senza il Quadrato Geometrico, misura co'l tamburo, per

la

la quarta propoſta della prima Parte del libro, la diſtantia B A, e poi ferma il tamburo al B, & opera come hai fatto nella ſeſta di queſto, & harrai quello, che deſideri.

A miſurare la detta profondità piu leggiadramente, ualendoſi ſimilmente dell'alteʒʒa.

PROPOSTA IX.

SE vuoi miſurare la detta profondità piu leggiadramente valendoti dell'altezza, la quale ſupporremo eſſer la B C, & à noi notá la quantità d'eſſa, ſi come ſempre nell'altre propoſte in tai caſi habbiamo ſuppoſto, fà in queſto modo. Ferma il Quadrato Geometrico alla ſommità d'eſſa, cioè, al B con la faccia nel piano, che paſſa per li punti A B C, e con l'angolo D al B, & il lato D E al perpendicolo: poi poni il pironcino della rega nell'angolo D, & indirizza quella con la viſta al punto A, & nota doue il lato del Quadrato, e quello della rega s'interſegano.

gano. Fatto questo, nel lato D E del Quadrato, principiando al D, numera tante particelle, quante sono le passa, ò piedi dell'altezza, al fine de' quali di nuouo vuoi fermare il Quadrato per traguardare vn'altra volta lo A, & il fine delle dette particelle sia lo E, e quello delle passa dell'altezza il C. Hor smonta dell'altezza co'l Quadrato, & fermalo co'l punto E al punto C, & iui poni il pironcino della rega, e indirizzala vn'altra volta al punto A, & osserua doue il lato diritto di essa rega s'intersega con la linea, per la quale la prima volta dalla sommità dell'altezza vedesti lo A, e questo sia per hora il punto F, dal quale mena vna perpendicolare al lato D E, hor dico, che se numererai le particelle del lato del Quadrato comprese fra il D, & il G, harrai il numero delle passa della linea B H, che è quello, che desideri sapere: se non che harrai da leuarne l'altezza B C, la qual cosa ti sarà facile da fare.

Intendasi per farne la demostratione i due triangoli D A E, & D E F, l'angolo D dell'vno dal presupposito è vguale all'an-

golo D dell'altro,e l'angolo E vi è commune, e i restanti angoli sono ancor fra loro vguali per la trigesimaseconda del primo, adunque per la quarta del sesto, il lato E D del picciolo triangolo al lato E D del grande è si come il lato D F al lato D A, e dal presupposito le particelle dello D E del picciolo sono quante le passa dello D E del grande: onde ne segue, che le particelle dello D F siano quante le passa dello D A, e questo terrai à mente. Hora intendi il triangolo D F G, & D A H, l'angolo D dell'vno,come è stato detto di sopra, è vguale all'angolo D dell'altro,& l'angolo D G F è vguale all'angolo H:perche l'vno,e l'altro di essi dal presupposito è retto: onde per la trigesimaseconda del primo, i restanti angoli sono vguali fra loro, e per la quarta del sesto la D F alla D A si ha come la D G, alla D H, & habbiamo dimostrato, che le particelle della D F sono quante le passa della D A, adunque le particelle della D G sono quante le passa della D H, che era da dimostrarsi.

A misurare la detta profondità per lo stesso modo senza il Quadrato Geometrico.

PROPOSTA X.

VOLENDO misurare la detta profondità per il modo della precedente,e senza il Quadrato Geometrico, piglia il tamburo,e fermalo alla sommità B dell'altezza B C, con la faccia sua nel piano,che passa per li punti A B C, e segna in quello la linea D E al perpendicolo,e che'l D sia al B,poi traguarda dal D il punto A,e segna la linea visuale,la quale presupporremo esser la D F. Ciò fatto, smonta dall'altezza, e con vna piccola misura numera nella linea D E principiando al D tante particelle, quante sono le passa dell'altezza B C, e queste per hora finiscano al punto E: hor ferma il tamburo co'l punto E al punto C, e nel resto situato come prima, e traguarda dallo E vn'altra volta lo A,e segna la linea visuale, la quale porremo intersecarsi

terſecarſi con la linea B F nel punto F, dal qual punto mena una perpendicolare alla D E, & porremo che queſta ſia la F G: hor dico, che ſe numeri le particelle della linea D G con la piccola miſura, con la quale miſuraſti quelle della D E, harrai il numero nelle paſſa della B H, cioè, della profondità, che ricerchi; ſe non ne vorrai cauare le paſſa dell'altezza B C, che quando lo vorrai fare, ti reſterà le paſſa della C H per la profondità, che deſideri ſapere.

La demoſtratione harrai in queſto modo, intendi i due triangoli D E A, e D E F, l'angolo D dell'vno dal preſuppoſito è vguale all'angolo D dell'altro, e l'angolo E vi è commune; onde per la trigeſimaſeconda del primo i reſtanti angoli ſono anco fra loro vguali, e per la quarta del ſeſto il lato D E al lato D A ſi ha come il lato D E del picciolo, al lato D E del grande, e dal preſuppoſito le paſſa del lato D E del grande triangolo ſono quante le particelle del lato D E del picciolo: onde ne ſegue, che le paſſa del lato D A ſono quante le particelle del lato D F, e queſto tieni à mente.

mente. Hor intendi il triangolo D A H, & il triangolo D F G, l'angolo D dell'vno habbiamo dimoſtrato eſſere vguale all'angolo D dell'altro,& gli angoli D G F,& H ſono vguali fra loro, per eſſere ogn'vn retto dal preſuppoſito : onde per la trigeſimaſeconda del primo ne ſegue , che i reſtanti angoli fra loro ſiano vguali , e per la quarta del ſeſto, la proportione del lato D H al lato D G è come la proportione del lato D A al lato D F, & habbiamo dimoſtrato di ſopra , che le paſſa della D A ſono quante le particelle della D F, adunque le paſſa della D H ſono quante le particelle della D E, che era da dimoſtrarſi .

A miſurare la profondità d'ogni cupo Mare .

PROPOSTA XI.

HO voluto in queſto fine del libro porui due propoſte belle , & artificioſe, ancor che non ſiano nel modo del procedere ſimili all'altre,& l'ho tolte da'libri d'huomini eccellentiſſimi. Queſta del miſurare la profondità del mare l'ho letta in un libro ſcritto à penna del miſurare di Leon Battiſta Alberti Firentino . E l'altra, che ſegue l'ho letta nel terzo Dialogo della Coſmografia di Franceſco Mauroliccio da Meſſina . Hor ſe vuoi miſurare la detta profondità , prepara prima queſte coſe. Habbi un uaſo da tenir acqua , e nel fondo di quello farale un bucolino, poi habbi una galla , ò un pezzo di ſuro, e con un filo di fero , fà vn ferrecciuolo ſimile al cinque carattere de' numeri , finalmente farai alquanti piombini di peſo uguali , e della figura che uedi qui ſotto , doue anco è la figura di tutte l'altre coſe per maggior tua intelligentia,& ogn'uno di queſti piombini ſia di tanto peſo , che baſti à tirare nel fondo dell'acqua la ſopradetta gala , ò pezzo di ſuro .

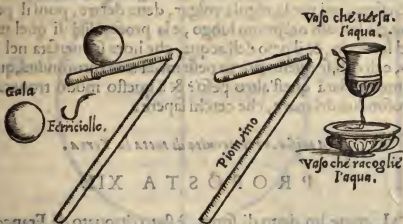
Il modo come si hanno a porre insieme per mandarli nel fondo del mare.

Vaso che versa l'aqua.

Gala

Ferriciollo.

Piombino

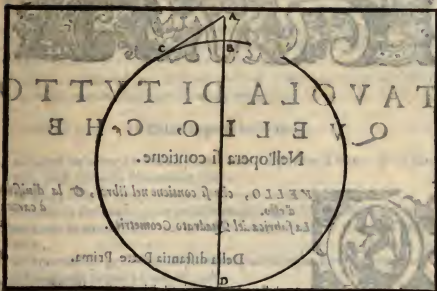
Vaso che racoglie l'aqua.

Preparate queste cose; riduciti ad alcun mare, dèl quale ne possi sapere la profondità per mezzo d'vna fune, & iui poni vn capo del ferrecciuolo nella gala, e l'altro capo à sostenere il sudetto piombino, & empi il vaso d'acqua,& accommoda sotto quello vn'altro vaso à raccor l'acqua e che vscirà dal bucolino del fondo suo. Ciò fatto,in vn medesimo tratto apri il bucolino del vaso,il quale prima deui tener chiuso, e lascia sumergere il piombino con la gala nel mare, il qual piombino gionto che sarà al fondo,per la sua figura,caderà prostrato, & il ferrecciolo, e la gala resteranno liberi da quello, & verranno di sopra, e tu che à ciò starai intento,subito che vederai la gala chiudi il bucolino del vaso,e l'acqua, che sarà vscita di quello, pesa diligentemente, e nota sopra vn tuo memoriale questo peso,& appresso di quello la profondità di questo mare,il quale misurerai accuratamente con una corda. Fatto queste cose ti seruiranno come principij per misurare ogni altra profondità di mare, in questo modo. Hora poniamo, che tu vogli misurare vn'altra profon-

dità di mare, reduciti al luogo, & in quello ad vn tratto apri il bucolino del vaso, e lascia summergere la gala con vn'altro de' detti piombini, e stà attento, e subito che ella ritorna di sopra, chiudi il bucolino del vaso, e pesa diligentemente l'acqua, che n'è vscita, poi per la regola volgar, detta del tre, poni il peso, che già serbasti nel primo luogo, e la profondità di quel mare nel secondo, & il peso dell'acqua, che hora si è uersata nel terzo, e dì così, se questo primo peso mi dà tanta profondità, quanta me ne darà quest'altro peso? & à questo modo trouerai la profondità del mare, che cerchi sapere.

A misurare il circuito di tutta la Terra.

PROPOSTA XII.

SI come ho detto di sopra, è stato ritrouato da Francesco Mauroliccio eccellentissimo Mathematico, un'inuentione artificiosa per misurare il circuito della Terra, e quella si legge in Stampa nel terzo Dialogo della Cosmografia di esso Francesco: ma perche i detti Dialoghi sono Latini, mi è paruto bene di porla in questo libretto, accioche quelli che non sanno Latino, possano ancor'essi ueder l'artificio, & inuentione di quello, la quale si mette in essecutione à questo modo. Primieramente ti bisogna fare elettione d'un monte, quanto piu alto, dal quale tu possi nedere il mare aperto, e per la quarta proposta della seconda Parte di questo libro, misura l'altezza di quello, cioè, la linea perpendicolare dalla sua cima fino al liuello del mare. Poi monta alla detta cima, e per la quinta proposta della prima Parte misura la distantia da quella fino all'estremità dell'orizonte del mare. Ciò fatto, intendi il circolo B C D per circolo maggiore descritto nella superficie del mare, & le tre linee A B la prima, per l'altezza del monte, A C la seconda per il raggio uisuale dalla cima del monte all'estremità dell'orizonte del mare, e finalmente la A B D la

terza

terza per il diametro della terra congiunto con l'altezza del monte, dal preſuppoſito n'è nota la ſeconda, la quale tocca il circolo, e conſeguentemente n'è noto il ſuo Quadrato; ma quello per la penultima del terzo d'Euclide, è uguale al rett'angolo, che ſi fà della terza, la quale ſega il circolo nella ſua parte di fuora d'eſſo circolo, cioè, nella A B prima, dunque uiene conoſciuto quello rett'angolo, che è fatto dalla terza nella prima; ma la prima è l'altezza del monte conoſciuta, adunque, la terza ſarà conoſciuta, dalla quale ſe tu leui la prima, ne rimarrà il diametro d'eſſa terra, del quale ne hauerai la cognitione in miglia, & moltiplicando le miglia d'eſſo diametro per tre, & un ſettimo, hauerai le miglia del ſuo circolo: e perche tutto il circuito ſi diuide in tre cento e ſeſſanta gradi, ſe partirai la detta moltiplicatione per trecento e ſeſſanta, harrai quante miglia ſia ciaſcun grado.

IL FINE.

TAVOLA DI TVTTO QVELLO, CHE

Nell'opera si contiene.

A misurare

Dell'altezza parte seconda. 38

A misurare

Della profondità Parte Terza.

Il fine della Tauola.

SILVIO BELLI VICENTINO

Della Diffinitione, Diuisione, & Comparatione del Quanto.

LIBRO PRIMO.

Dell'ordine. *Cap. I.*

DI tutte le cose quella è piu semplice, che in piu si troua, o uirtualmente, o attualmente; perche le semplici causano, & fanno quelle, che non sono semplici, & perciò parte della uirtù, & qualità loro passa nell'altre. Onde ne auuiene, che sieno di quelle principij, & che la cognitione loro ci conduca alla cognitione delle fatte da esse. Oltre di ciò delle fatte alcune sono ultime, & altre tra queste, & i principij tengono il loco loro, le quali rispetto à quelle che le seguono hanno ragione di principij, & rispetto à quelle, che le antecedono sono da altre fatte. Di più in ogni grado delle cose fatte una tiene il loco di mezo, & perciò sempre è ad un modo. Onde ne auuiene, che ella sia regola di se stessa, & dell' altre; perche con la sua stabilità serue come una certa misura per conoscere la uariabilità di quelle, & per questa causa la cognitione di lei precede alla cognitione del l'altre. Oltre di ciò di queste di mezo la manco composita, come elemento, passa nella più composita, per la qual cosa anco in quel loco, ci apre la uia, alla intelligentia, & da questo auuiene, che ella, sia piu dell' altre, elementare. Et acciò

che da ogn'vno sia inteso, darò l'essempio. Nelle proportioni la vguale tiene il loco di mezo tra quelle del minore, & quelle del maggiore, tra le linee la retta, tra le superficie la piana, tra le linee situate le parallele, tra gli angoli il retto, tra le figure angolari retti linee il quadrato, & tra le solide il cubo. Nel cubo vi è il quadrato, l'angolo retto, le parallele, il piano, la retta, & la proportione vguale; nel quadrato le anteriori ad esso, nell'angolo retto il medesimo; & nelle parallele, nel piano & nella retta. Onde si vede che l'vna è elemento dell'altra, come meglio si intenderà ne' miei libri de gli elementi Geometrici. Et di più tra le cose fatte alcune sono ordinate, & alcune nò. Le ordinate debbono precedere: perchè cō la simplicità, & bellezza dell'ordine suo, ci fanno conoscere la inordatione dell'altre. Però bisogna prima trattare de i principij & poi delle cose che da quelli deriuano: preponendo sempre la meno composita alla piu composita, & quella che tiene il loco di mezo all'altre, & la ordinata alla inordinata. Ma perche nel principio del filosofare si rappresentano in confuso all'intelleto tutte le specie delle cose fatte, le quali passate per i sensi alla memoria si sono in quella fermate. Se faremo il sortimento di quelle ueniremo in cognitione del subietto totale della scientia che uorremo trattare, & diuidendo quello ci rappresenterà, le spetie sue, & i suoi principij, & le passioni communi di esse specie, le quali prima di tutte l'altre deueno essere trattate; perche ritrouandosi in più sono dell'altre più semplici, & perche ci leuano la fattica di replicare lo stesso piu uolte. Dalle cose dette segue che la scientia che tratta le cose piu communi preceda all'altre, & che in tutte siano da essere preposte le passioni piu communi alle manco communi. Però hauendomi io proposto di trattare della proportione & della proportionalità rationale le quali sono passioni communi del Quanto ragione è, che siano preposte ad ogni altra scientia, & arte mathematica, tutte le quali uersano intorno esso Quanto, la proportione precede alla proportionalità, perche è meno composita. La onde ho diuiso l'opera in tre libri; nel primo de' quali ho diffinito,

diuiso,

diuiſo,& comparato à baſtanza il Quanto, total ſubietto di quelle, per quello che alla proportione,& proportionalità ſi ricerca. Nel ſecondo ho diffinita, diuiſa, & conſiderata la proportione in ſe, & comparata. Nel terzo,& ultimo ho diffinita,& diuiſa la proportionalità nelle ſue ſpetie, & conſiderata fino à quel termine che ſi conuiene.

Della Diffinitione & Diuiſione del Quanto. *Cap. II.*

1 *Il Quanto.*

QVanto, ſi chiama quello ch'ha parti.

Le prime ſpecie del quanto ſono il numero, & la grandezza.

2 *Il Numero.*

Numero, ſi chiama il quanto ch'ha le ſue parti per loro ſteſſe ſeparate.

3 *La grandezza.*

Grandezza, ſi chiama il quanto, ch'ha le ſue parti congionte ad vn termine commune.

Le prime ſue ſpecie ſono la linea, la ſuperficie, & il corpo.

4 *I Termini.*

La linea è terminata dal ponto, la Superficie dalla linea, & il corpo della ſuperficie.

Ponto Linea Superficie Corpo

Del Quanto Comparato. Cap. III.

IL quanto si considera, o in se stesso, o comparato. Ma diuersamente si considera in se il Numero, della Grandezza, & di questa altramente la Linea, altramente la Superficie, & altramente il corpo. Ma in comparatione tutte le dette specie si considerano ad vn modo nella commensurabilità, comparandosi però il Numero al numero, la Linea alla linea, la Superficie alla Superficie, & il Corpo al corpo: Per la qual cosa bisogna prima trattare di quelle secondo la comparatione, & poi à suoi lochi conuenienti si tratterà il restante.

Il Quanto comparato.

La comparatione d'vn quanto ad vn'altro mostra l'vno all'altro, o vguale, o disuguale, & mostra lo auanzo nel quale l'vno supera l'altro, & la quantità dell'vno in comparatione dell'altro.

1 *L'vguale.*

Vn quanto si dice vguale ad un'altro quando non si auanzano l'vno l'altro. — 6 / 6

2 *Il Disuguale.*

I quanti, si dicono disuguali quando l'vno auanza l'altro. — 6

3 *Il Maggiore.*

Quello che auanza l'altro si dice maggiore. — 6 / 3

4 *Il Minore.*

Quello ch'è auanzato ſi dice minore.

I quanti diſuguali ſono, o commenſurabili, o incommenſurabili.

5 *Il commenſurabile.*

Due quanti ſi dicono commenſurabili quando uno medeſimo quanto miſura l'uno, & l'altro di quelli.

6 *La miſura.*

Vn quanto ſi dice miſurare un'altro quanto; quando è contenuto aponto da quello.

7 *L'incommenſurabile.*

Due quanti ſi dicono incommenſurabili, quando niuno quanto ſi può miſurare ambedue.

Dei quanti incommenſurabili dirò piu diſtintamente à ſuo loco: perche la incommenſurabilità è paſſione della grandezza ſolamente, ancor che nelle propoſte de i ſeguenti libri, anco de i quanti incommenſurabili ſi dimoſtra.

Se de i quanti commenſurabili il comparato è minore dell'altro, alqual ſi compara egli è o parte, o parti di quello.

8 *La parte.*

La parte è detta o uniuerſalmente di tutti i quanti, o particolarmente de i quanti commenſurabili in quanto ſono tali.

Nel

Nel primo modo.

Parte si dice quello del tutto ch'è 3
minore di esso. 8

Nel secondo modo del quale hora si tratta.

Parte si dice vn quanto d'vn altro 2
quando lo misura. 6

Le specie della parte sono il mezo, il terzo, il quarto, & l'altre che 1 1 1
per ordine seguono. 2 3 4

9 Le parti.

Parti si dice vn quanto minore d'vn maggiore; quando il minore non può misurare il maggiore, & qualche sua parte 2
lo misura. 3

Le specie delle parti sono le due parti di tre, le tre parti di quattro, le due, o tre, ò quattro parti di cinque, & l'altre che alle dette seguono. 2 3 2 3 4
3 4 5 5 5

Se de i quanti commensurabili il comparato è maggiore dell'altro, alqual si compara egli è a quello, o vna volta, & parte, & vna volta, & parti, ò moltiplice, o moltiplice, & parte, ò moltiplice, & parti.

10 L'una volta & parte.

Vn quanto si dice vna volta, & parte d'vn'altro quando contiene quello vna 6
volta, & vna sua parte. 4

Le sue specie sono l'vna volta, & mezo, l'vna volta,& terzo, l'vna volta,& quarto,& l'altre. $\frac{3}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{4}$

11 *L'una volta & parti.*

Vn quanto si dice vna volta, & parti d'vn'altro: quando contiene quello vna volta,& sue parti.

Le sue specie sono l'vna volta, & due parti di tre, l'vna volta & tre parti di quattro, l'vna uolta & due, o tre, o quattro parti di cinque,& quelle che seguono. $\frac{5}{3}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{9}{5}$

12 *Il moltiplice.*

Vn quanto si dice moltiplice ad un'altro, quando contiene quello piu uolte apunto $\frac{6}{2}$

Le sue specie sono il due tanti, il tre tanti, il quattro tanti, & l'altre che per ordine seguono. $\frac{2}{1}$ $\frac{3}{1}$ $\frac{4}{1}$

13 *Il moltiplice, & parte.*

Vn quanto si dice moltiplice, & parte di un'altro: quando contiene quello piu uolte,& una sua parte. $\frac{5}{2}$ $\frac{2}{2}$

Le sue specie sono il due tanti, & il mezo, il due tanti & terzo, il tre tanti,& mezo, il tre tanti,& terzo, & quelle de gli altri ordini simili. $\frac{5}{2}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{7}{2}$ $\frac{10}{3}$

14 *Il moltiplice, & parti.*

Vn quanto si dice moltiplice, & parti d'un'altro: quando contiene quello piu uolte, & sue parti.

8
3

Le sue specie sono il due tanti, & due parti di tre, il due tanti, & tre parti di quattro, il tre tanti, & due parti di tre, il tre tanti, & tre parti di quattro.

8	11	11	15
3	4	3	4

Fine del primo Libro.

SILVIO BELLI VICENTINO

Della Diffinitione, Diuisione, & Consideratione della Proportione.

LIBRO SECONDO.

Della Diffinitione & Diuisione della Proportione. Cap. I.

PROPORTIONE Arithmetica si dice la quantità, nella quale un quanto soprauanza un'altro quanto della sua specie. 8 2 6

Di questa non s'ha da trattare in questi libri; perche è principio dell'ordine, & non è propriamente proportione, & allo Arithmetico solo s'appartiene il trattare di lei.

2 *Geometrica.*

Proportione Geometrica, si dice la quantità d'un quanto in comparatione d'un' altro quanto della sua specie. 2 6

Le prime sue specie sono, la rationale, & la irrationale.

3 *La rationale.*

Proportione rationale, si dice quella che nasce dalla compa-

O ratione

rationale de i quanti commensurabili. 6 / 4

4 *La irrationale.*

Proportione irrationale, si dice quella che nasce dalla comparatione dei quanti incommensurabili.

Di questa si tratterà piu distintamente al suo loco.

La proportione rationale, è delle specie che si sono dette di sopra ne i quanti commensurabili, come nella seguente tauola.

Tauola della Proportione.

- Proportione
  - Arithmetica
  - Geometrica
    - rationale
      - Vguale 4 a 4
      - Inuguale
        - Del minore
          - Parte 2 a 6
          - Parti 2 a 5
        - Del maggiore
          - Vna volta & parte 3 a 2
          - Vna volta & parti 5 a 3
          - Moltiplice come 6 a 2
          - Moltiplici & parte 7 a 3
          - Moltiplici & parti 8 a 3
    - Irrationale

Altri hanno fatto le specie della proportione del minore cinque, quante sono quelle del maggiore nominandole con i stessi nomi

nomi delle maggiori, aggiugnendoui però questa voce sotto, il che hanno fatto (per quel ch'io credo) pensando che la parte, & le parti siano differenti dalla proportione, ilche non è: perche quando dicemo mezo, dicemo la quantità de vn quanto in cóparatione d'vn'altro, ch'è essa proportione.

Essempio.

Del minore.
- Sotto moltiplice
- Sotto vna volta, & parte
- Sotto vna volta, & parti
- Sotto moltiplice, & parte
- Sotto moltiplice, & parti.

Della Proportione in se. Cap. II.

LA proportione (come il quanto) si considera in se, & in comparatione, & perche prima è la cosa, che la comparatione di lei; innanzi si tratterà della proportione in se, & poi della comparatione di quella, & prima in vniuersale; poi in particolare, incominciando dalla vguale, come quella che tiene il loco di mezo.

1 *La proportione.*

Della proportione, è proprio l'essere causa della giusta distributione, della formosità, & della sanità.

Della giusta distributione, è causa perche da à ciascuno quello che se le conuiene, & non vgualmente à tutti.

Della formosità; perche la formosità è la corrispondentia di tutte le parti con ordine situate.

Della sanità, perche la sanità è la corrispondentia delle proportioni, ch'ha il caldo al freddo, & l'humido al secco.

La vguale.

Proprio della proportione vguale, è l'essere causa della quiete; perche la quiete nasce dall'essere il mouente, & il mobile nella vguale proportione, non potendo il mouente mouere lo vguale ad esso. Et perciò quando l'huomo, siede, & le sue coscie fanno gli angoli retti con le gambe, & con il busto, esso huomo riposa, & nel giacere prostrati tutti gli animali riposano. Si riposano anco nel star ritte le piante, & l'altre cose ch'hãno tutte le sue parti continue. Nell'vno, & nell'altro de i due pri mi modi, le parti principali del corpo, che sono legate l'vna sopra l'altra, cioè gambe, coscie, & busto, fanno gl'angoli retti, con la retta che va al centro, i quali angoli sono tra loro vguali, & però quelle vgualmente pesano di quà, & di là da essa retta; onde riposano. Le piante, & l'altre cose, che hanno tutte le parti loro continue, stando ritte, il fanno il medesimo, il che non fa lo animale; perche le coscie, & il busto, pesano sopra le gambe; le pesano perche non sono con quelle continue, ma sopra esse ligate, & perche ogni poco, che l'animale si moue, uno de gli angoli si fa maggiore, & l'altro minore; onde ne segue la inugualità del peso, causa del moto loro.

Della proportione uguale, è proprio suo tenire il loco di mezo tra le proportioni del minore, & del maggiore. Il segno di questo è, che non si può passare dall'una all'altra di quelle, che non si peruenghi ad essa uguale, il che auuiene fatto, ò aggiugnendo alla minore, ò leuando dalla maggiore, la differentia, che quelle hanno alla vguale, & non aggiugnendo alla maggiore la minore, o alla minore la maggiore del loro nome, come alcuni huomeni di gran nome hanno creduto. Per essempio se dalla due tanti si uorrà uenire alla uguale, bisogna leuare da quella essa uguale, & non aggiugnerui la meza, & se dalla tre tanti li volemo peruenire bisogna leuare da quella, la due tanti; perche in la due tanti è maggiore della vguale, & non aggiugnendoui

gnendoui il terzo, & il medesimo sia detto del aggiugnere alla minore.

4	2	2	6	2	4
2	2	2	2	2	2

Suo proprio è essere sempre ad vn modo, & questo; perche il mezo è vn solo; dall'vna, & dall'altra banda, del quale si può infinitamente discostare, & la vguale è in esso mezo, come ho prouato.

3 *La inuguale.*

Della proportione inuguale, è proprio l'essere causa del moto, & dell'armonia.

Del moto; perche il mouente moue per la maggiore, & conueniente proportione ch'ha al mobile, & esso mobile è mosso per la minore proportione ch'ha al mouente.

Dell'armonia è causa perche la armonia è corrispondentia di proportioni di sonni graui, & acuti,

4 *La parte, & il moltiplice.*

E proprio della parte, & del moltiplice discostarsi infinitamẽte dalla vguale, la parte descendendo, & il moltiplice ascendendo, come per i seguenti essempij appare, ne i quali l'vnità rappresenta la proportione vgnale; perche il Quanto comparato al suo uguale, è vna uolta quello, & de gli altri, il numero di sopra rappresenta il comparato: l'altro quello al qual si compara, & la lettera A il principio del progresso. Essempio.

Del moltiplice. Della parte.

9	8	7	6	5	4	3	2	A	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9

5 La una uolta & parte.

E proprio della una uolta & parte descēdendo accostarsi infinitamente alla vguale, senza mai peruenire à quella cosa degna di merauiglia, & lo fa interotamente, ma con ordine naturale de suoi termini.

Essempio della una uolta, & parte.

15 14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 A
14 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2

6 Le parti l'una uolta & parti, & la moltiplice, & parti.

Le parti, l'una uolta, & parti, & la moltiplice & parti, hanno questa proprietà, di potersi ascendendo discostare infinitamente dalla uguale interotamente. Essempio.

Delle parti.

2 5 4 3 2 2 A
7 6 5 5 5 3 1

L'una uolta & parti.

11 9 8 7 7 5 A
6 5 5 5 4 3 1

Moltiplice, & parti in una moltiplicatione.

17 14 13 12 11 8 A
6 5 5 5 4 3 1

Moltiplice, & parti uariando la moltiplicatione.

47 34 28 22 15 8 A
6 5 5 5 4 3 1

7 La moltiplice, & parte.

Vltimamente è proprio solamente della moltiplice, & parte potersi accostare, & discostare dalla uguale infinitamente, per che ogni ordine di quella restando ferma in quanto alla moltiplicità, per cagione della parte si accosta, ma accrescendo la moltiplicità, si discosta, & l'uno, & l'altro fa interotamēte. Essempio.

Moltiplice, & parte in una moltiplicità.

Moltiplice, & parte uariando la moltiplicità.

1 15

1 15 13 11 9 7 5 A 50 37 26 17 10 5 A
7 6 5 4 3 2 7 6 5 4 3 2

Dalle cose dette, & da gli essempij, si uede quanto sia l'uso delle proportioni in tutte le scientie & arti, & è manifesto, che la proportione uguale, è sempre ad un modo, & che quella della parte, & quella del moltiplice nel discostarsi dalla uguale, seruano l'ordine naturale, con il quale numeriamo: per lo che, la uguale deue precedere a tutte; perche con la sua stabilità, ne fa conoscere la uariabilità dell'altre. Et dell'altre deue precedere la parte, & la moltiplice, essendo che il parangone dell'ordine suo, ci fa conoscere, che l'altre non sono ordinate.

Della proportione comparata. Cap. I I.

LA proportione comparata ad vn'altra, è ò vguale, ò disuguale.

1 *La vguale.*

Vna proportione è vguale ad vn'altra: quando l'antecedente di lei in cõparatione del suo conseguente è la medesima quãtità, ch'è l'antecedente dell'altra incomparatione 6 4
del suo. 3 2

2 *La inuguale.*

Due proportioni si dicono inuguali: quando l'antecedente dell'vna, è maggiore quantità in comparatione del suo conseguente, che l'antecedente dell'altra in compara- 6 4
tione del suo. 2 2

3 *La maggiore.*

Maggiore, si dice quella l'antecedente, della quale incomparatione del suo conseguente è maggiore quantità, che l'antecedente dell'altra incomparatione del suo. 6 2
4 2
4 *La*

4 La minore.

Et minore si dice quella l'antecedente, della quale incomparatione del suo conseguente, è minore quantità dell'antecedente dell'altra incomparatione del suo.

6	4
8	4

Le proportioni inuguali, sono ò commeusurabili, ò incommensurabili.

5 Le commensurabili.

Due proportioni si dicono commensurabili: quando il denominatore d'vna medesima proportione, può misurare ambidue i denominatori loro.

6	3	8	4	6	1
2		2		6	

6 Il denominatore.

Denominatore della proportione, si dice il Quanto, che esplica la quantità di quella.

7 La incommensurabile.

Due proportioni si dicono incommensurabili, quando niuno denominatore d'altra proportione può, misurare ambidue i loro denominatori.

Di queste si dirà particolarmente al suo loco.

Se delle proportioni commensurabili, la comparata è minore dell'altra, alla qual si compara, ella è ò parte, ò parti di quella.

8 La parte.

Vna proportione, si dice parte d'vn'altra: quando il denominatore

natore suo, misura il denominatore dell'al- tra.   4 2   8 4 / 2   2

9 *Le parti.*

Parti, si dice vna proportione d'vn'altra: quando essendo di quella minore, il denominatore di lei, non può misurare il denominatore dell'altra, & qualche sua parte lo misura.   4 2   6 3 / 2   2

Se delle proportioni commensurabili la comparata è maggiore dell'altra, è ò vna volta, & parte quella, ò vna volta, & parti, ò moltiplice, ò moltiplice, & parte, ò finalmente moltiplice, & parti.

10 *L'vna volta, & parte.*

Vna proportione, si dice vna volta, & parte d'vn'altra: quando il denominatore di lei è vna volta & parte il denominatore dell'altra.   6 3   4 2 / 2   2

11 *L'vna volta, & parti.*

Vna volta, & parti, si dice vna proportione d'vn'altra: quando il denominatore di lei è vna volta, & parti il denominatore dell'altra.   10 5   6 3 / 2   2

12 *Moltiplice.*

Moltiplice si dice vna proportione d'an'altra: quando il suo denominatore è moltiplice al denominatore di quella.   8 4   4 2 / 2   2

13 *Moltiplice, & parte.*

Moltiplice & parte, si dice vna proportione d'vn'altra: quan-

do il denominatore è moltiplice, & par te di quella. 1 0 5 4 2 / 2 2

14 *Moltiplice, & parti.*

Moltiplice & parti, si dice vna pportione d'vn'altra: quãdo il denominatore di lei è moltiplice, & parti del denominatore dell'altra. 1 4 7 6 3 / 2 2

Regola prima.

Le proportioni de i quanti comparati ad vno, s'hanno l'vna all'altra, come il quanto al quanto.

Siano i due quanti A & B comparati al quanto C, dico che la proportione di A al C alla proportione di B al C si ha come il quanto A al quanto B, la qual cosa così si dimostra. Per la diffinitione; la proportione è la quantità di vn quanto, in comparatione d'vn' altro quanto della sua specie; onde se A, & B sono vguali, comparati al C è la medesima quantità l'vno, che l'altro, & perciò la proportione di A al C è vguale alla proportione di B al C, come il quanto A al quanto B, ch'è lo intento.

6 A ———
3 C ——
6 B ———

Se il quanto A è maggiore del quanto B, la proportione di A al C, è nel istesso modo maggiore della proportione di B al C, perche A in comparatione di C, è quanto il B in comparatione di esso C, & di più di esso B per quel tanto, che esso A supera esso B, come per essempio se A e due volte il B, egli è in comparatione di C, due volte quanto il B, & perciò come s'ha il quanto A, al quanto B, così s'ha la proportione di A al C alla proportione di B al C, ch'è lo intento.

6 A ———
4 C ——
3 B ——

Finalmente se il quanto A, è minore del quanto B, la pro-

por-

portione di A al C per le istesse ragioni è nel medesimo modo minore della proportione di B al C che pur è lo intento.

2 A
2 C
4 B

Il medesimo si dimostrerà di tutte le proportioni de i quanti comparati ad vno. Adunque le proportioni de i quanti comparati ad vno, s'hanno l'vna all'altra, come il quanto, al quanto, ch'era da dimostrarsi.

Corelario I.

Da qui è manifesto, che i quanti comparati ad vno, s'hanno l'vno all'altro come la proportione alla proportione.

Corelario II.

Da qui è manifesto, che i quanti vguali ad vno, sono vguali tra loro, per che se le proportioni di A & B al C sono ciascuna la vguale, sono vguali tra loro, & perciò essi quanti sono vguali.

4 A
4 C
4 B

Corelatio III.

Ancora è manifesto, che i quanti che sono il doppio d'vno medesimo quanto, sono vguali fra loro.

6 A
3 C
6 B

Et che i quanii, che sono la metà d'uno medesimo quanto, sono uguali tra loro.

3 A
6 C
3 B

Da questi corelarij & da gli altri, che in questi libri si leggono, si uede, che le proposte dette communi pareri, non sono

indemostrabili come alcuni hanno creduto. Ma appresso me, tutte le proposte che affermano, ò negano alcuna cosa, sono demostrabili: perche l'affirmare, & il negare, nasce da qualche causa, & il rendere la causa è dimostratione. Ne è marauiglia che questa scientia delle Communi Passioni del Quanto, dimostri i principij communi di tutte l'altre scientie mathematiche, essendo à quelle superiore, ma sarebbe da marauigliarsi quando non lo facesse.

Regola 11.

Le proportioni d'un quanto comparato à diuersi quanti, s'hanno l'una all'altra, come l'uno de i quanti all'altro scambieuolmente.

Sia il quanto A comparato a i quanti B & C. Dico che la proportione di A al B alla proportione di A al C s'ha come il C al B, la qual cosa in questo modo si dimostra. Se i quanti B & C sono uguali per la diffinitione della proportione, il C ha la medesima proportione all'uno, che all'altro, perche egli è la medesima quantità incomparatione dell'uno che dell'altro, & perciò la proportione di A al B alla proportione di A al C, s'ha come il quanto C al quanto B ch'è lo intento.

6 B————————
4 A—————
6 C————————

Se C è maggiore di B la proportione di A al B, è nell'istesso modo maggiore della proportione di A al C; perche il quanto A in comparatione di B, è quanto in comparatione di C, & di più per quel tanto che C è maggiore di B, come per essempio, se C è due uolte quanto B lo A è la metà manco comparato ad esso C di quello che è comparato al B cioè il doppio comparato al B; onde come s'ha il quanto C al quanto B, così si ha la proportione di A al B alla proportione di A al C, che è lo intento.

2 B———
1 A——
4 C——————

Se

Se C è minore di B per le istesse ragioni la proportione di A al B, e nello istesso modo minore della proportione di A al C, che pur e lo intento.

6	B	————————
3	A	————
3	C	————

Il medesimo si dimostrerà di tutte le proportioni di vn quanto comparato à diuersi quanti. Adunque le proportioni di vn quanto comparato à diuersi quanti, s'hanno l'vna à l'altra, come vno de i quanti all'altro scambieuolmente, ch'era da dimostrarsi.

Corelario I.

Da qui è manifesto, che i quanti à quali uno e comparato, s'hanno l'vno all'altro, come le proportioni scambieuolmente.

Corelario II.

Da qui è manifesto, che i quanti à quali vno medesimo è uguale, sono uguali tra loro: perche se le proportioni di A al B, & al C, ogn'una di esse è la uguale, sono uguali tra loro, & perciò essi quanti uguali.

6	B	————————
6	A	————————
6	C	————————

Corelario III.

Ancora è manifesto, che i quanti à quali, uno medesimo è doppio, sono uguale fra loro.

2	B	———
4	A	—————
2	C	———

Et che i quanti, de'quali vno medesimo è la metà, sono uguali fra loro.

6	B	————————
3	A	————
6	C	————————

SILVIO BELLI VICENTINO

Della Diffinitione, Diuisione, & Consideratione della Proportionalità.

LIBRO TERZO.

Della Diffinitione & Diuisione della Proportionalità. Cap. I.

PROPORTIONALITA', si dice la ugualità delle proportioni.

La proportionalità, si diuide in Arithmetica, Geometrica, Harmonica, & Contraharmonica.

2 *La Arithmetica.*

Proportionalità Arithmetica, si dice la ugualità delle proportioni Arithmetiche.

5	7	9
2		2

Questa ci mostra l'ordine naturale, con il quale numeriamo, 1 2 3 4 & altri infiniti ordini, che come il naturale i termini loro s'auanzano ordinatamente nella medesima quantità, 1 3 5 7 9.

3 *La Geometrica.*

Proportionalità Geometrica, ſi dice la ugualità delle proportioni Geometriche.
6 9
4 6

4 *La Harmonica.*

Proportionalità Harmonica, ſi dice la ugualità delle proportioni, l'una ch'ha la differentia dello antecedente il ſopra conſeguente, alla differentia del conſeguente ſopra il terzo quanto, l'altra la proportione dell'antecedente al terzo quanto.
2 1
6 4 3

Da queſte ſi fanno la conſonantia, & la melodia, quando è ne i ſoni, & al muſico s'aſpetta.

6 *La contraharmonica.*

Proportionalità contraharmonica, ſi dice la ugualità delle proportioni, l'una che ha la differentia del conſeguente ſopra il terzo quanto, alla differentia dell'antecedente, ſopra il conſeguente, l'altra la proportione dell'antecedente al terzo quanto.
1 2
6 5 3

La proportionalità Arithmetica, Harmonica, & Contraharmonica, non ſi tratta in queſti libri.

Le ſpecie della proportionalità Geometrica, ſono la continua, & la diſcontinua.

6 *La continua.*

Proportionalità continua, ſi dice quella i termini della quale hanno per ordine, l'uno all'altro la medeſima, proportione.
1 2 4

7 *La*

7 *La discontinua.*

Proportionalità discontinua, si dice quella i cui termini, hanno l'uno; all'altro, la medesima proportione interamente. 6 4 / 3 2

Le prime specie della proportionalità discontinua, sono due, quella di una specie, & quella di specie diuerse.

8 *Di una specie.*

Proportionalità d'una specie, si dice quella ch'ha i termini delle proportioni, che la fanno tutti d'una specie, di quanto. 3 6 / 1 2

9 *Di specie diuerse.*

Proportionalità di specie diuerse, si dice quella, che ha i termini d'una delle proportioni, che la compongono d'una specie di quanto, & i termini dell'altra di dette proportioni, di un'altra specie di quanto. 8 —— / 4 ——

Le specie di ciascaduna delle proportionalità, sono quante le specie della proportione, come per essempio, la continua nella rationalità, puo essere parte, parti, una uolta & parte, una uolta & parti, moltiplice, & parte, & finalmente, moltiplice, & parti.

parte: 1 2 4 — parti.: 4 6 9

una uolta & parte.: 9 6 4 — una uolta & parti.: 27 45 75

moltiplice: 4 2 1

moltiplice, & parte.: 50 20 8 — moltiplice, & parti.: 192 72 27

Q I quanti

I quanti ch'hanno la medesima proportione, si dicono proportionali.

4	6
2	3

Della Proportionalità in se. Cap. II.

La proportionalità, si considera solamente in se stessa.

Le passioni communi della proportionalità, sono le seguenti; le quali di sotto dimostrerò. Ma prima dichiarerò i loro nomi.

1 *La scambiata.*

Scambiata si dice la proportionalità, comparandosi l'antecedente d'una proportione all'antecedente dell'altra, & il conseguente al conseguente.

6	4	6	4
4	2	4	2

2 *All'indietro.*

All'indietro si dice comparandosi i conseguenti à gli antecedenti.

6	3	4	2
4	2	6	3

3 *La composta.*

Composta comparandosi l'antecedente, & il conseguente tolti insieme al conseguente.

6	3	10	5
4	2	4	2

4 *La simile.*

Simile, si dice comparandosi gli antecedenti tolti insieme a'conse-

a'conſeguenti tolti 6 3 9 3
inſieme. 4 2 6 2

5 *La diuiſa.*

Diuiſa, ſi dice comparandoſi l'auanzo dell'antecedente ſopra il conſeguente al 6 3 2 1
conſeguente. 4 2 4 2

6 *La ſtrauolta.*

Strauolta, comparandoſi al detto auanzo l'antecedente. 3 6 3 6
2 4 1 2

7 *Del pari.*

Del pari, ſe chiama quando ſono piu di due quanti, & ne ſono altri tanti, che à due 6 A——————4 C——————
3 B————— 2 D———

Dico che A & B, tolti inſieme al B, s'hanno come C & D, tolti inſieme al D. La qual coſa coſi ſi proua, lo A, & B inſieme comparati al B, ſono maggiori di eſſo B nell'A, & C, & D comparati inſieme al D, ſono maggiori di eſſo D nel C, & perche dal preſuppoſito A, & C, ſono proportionali al B, & D, ò ſono a quelli vguali, ò nel medeſimo modo maggiori, ò minori; onde A B, al B, & C D, al D, ſono nel medeſimo modo maggiori, cioè ſono a quelli proportionali, ch'è lo intento.

Il medeſimo ſi dimoſtrerà, di tutti i quanti proportionali. Adunque ſe quattro quanti ſono proportionali, ancora composti, ſono proportionali, ch'era da dimoſtrarſi.

Regola IIII.

Se quattro quanti ſono proportionali, ancora nella ſimile

proportione, ſono proportionali.

Siano i quattro quanti proportionali A B C D, lo A al B, & il C, al D.

6 A—————— 4 C——————
9 D—————— 3 C——————
3 B—————— 2 D——————

Dico che A & C tolti inſieme al B, & D tolti inſieme s'hanno come C al D; la qual coſa coſi ſi dimoſtra. Per la prima regola di queſto l'A al C s'ha, come il B al D, & per la precedente l'A, & C tolti inſieme al C s'hanno, come il B & D tolti inſieme la D, & vna altra volta per la ſcambiata proportionalità l'A & C inſieme al B & D inſieme s'hanno come C al D, ch'è lo intento. Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti proportionali. Adunque ſe quattro quanti ſono proportionali, ancora nella D, per il conuerſo della prima parte della prima regola del ſecondo, ſono vguali, ch'è lo intento. Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti proportionali: Adunque ſe quattro quanti ſono proportionali, ancora ſcambiatamente ſono proportionali, ch'era da dimoſtrarſi.

Regola 11.

Se ſono quattro quanti proportionali, ancora all'indietro ſono proportionali.

Siano i quattro quanti proportionali A B C D, lo A al B, & il C al D.

6 A—————— 4 C——————
3 B—————— 2 D——————

Dico che ancora B, nell'A, s'ha come D al C, la qual coſa coſi ſi dimoſtra. Per la prima Regola del ſecondo libro, la proportione di B al C, alla proportione di A al C, s'ha come il quanto B, al quanto A, & per la ſeconda del medeſimo, la proportione di B al C, alla proportione di B al D, s'ha come il quanto D al quãto C, & per la precedente le proportioni di A al C, & di B, al D ſono uguali, & perche quelle ſono uguali, per la prima parte della prima regola del ſecondo libro, s'hanno nel medeſimo

modo

modo alla proportione di B al C, onde B all'A, s'ha come D al C, che è lo intento.

6 A ———————— 4 C ————————
3 B ———— 2 D ————

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti proportionali. Adunque se quattro quanti sono proportionali, ancora allo indietro sono proportionali, ch'era da dimostrarsi.

Regola *III.*

Se sono quattro quanti proportionali, ancora composti sono proportionali.

Siano i quattro quanti proportionali, A B C D, lo A al B, & il C, al D. due a due hanno la medesima proportione de i primi, comparandosi de i primi & de i secondi il primo all'vltimo.

8	4	6	8	4
4	2	3	6	3

La proportionalità del pari, è ò ordinata, ò turbata.

8 *La ordinata.*

Ordinata si chiama, quando de i primi quanti l'antecedente al conseguente, s'ha come l'antecedente de' secondi al conseguente, & il conseguente de' primi al terzo quanto, come il conseguente de' secondi al terzo quanto.

6	4	8	6	3
3	2	4	8	4

9 *La turbata.*

Turbata, si dice, quando de i tre primi l'antecedente al conseguente, s'ha come il conseguente de' secondi, al terzo quanto, & il conseguente de' primi, al terzo quanto, come l'antecedente de' secondi al conseguente.

4	6	12	4	3
3	6	9	12	9

Regola

Regola I.

Se quattro quanti ſono proportionali, ancora ſcambiatamente ſono proportionali.

Siano i quattro quanti proportionali A B C D lo A al B, & il C al D, 6 A——— 4 C———
3 B—— 2 D——

Dico che A al C, s'ha come B al D; il che coſi è manifeſto. Per la prima Regola del ſecondo libro; la proportione di A al C, alla proportione di B al C, s'ha come il quanto A, al quanto B, & per la ſeconda del medeſimo la proportione di B al D, alla proportione di B al C, s'ha come il C al D, ò come A al B che dal preſuppoſito è la medeſima; onde la proportione di A al C, alla proportione di B al C, s'ha come la proportione di B al D, alla medeſima proportione di B, al C: per la qual coſa, la proportione di A al C, & di B, al ſimile proportione ſono proportionali, ch'era da dimoſtrarſi.

Corelario I.

Di qui è manifeſto, che giugnendoſi vgualmente a quanti vguali, le ſome ſono vguali.

Corelario II.

Di qui è manifeſto che ſe à quanti vguali ſi giugne quanti diſuguali, le ſome ſono diſuguali, ch'è il conuerſo del precedente corelario.

Corelario III.

Ancora dalla ſopradetta regola è manifeſto, che ſe vn tutto, da vn'altro tutto, s'ha come il leuato all'altro leuato, ancora il re ſtante,

ſtante, s'ha come il tutto al tutto, che è la ſua conuerſa.

Corelario IIII.

Di qui è manifeſto, che ſe da coſe vguali ſi leuano coſe vguali, i rimanenti ſono vguali.

Corelario V.

Di qui è manifeſto, che ſe da quanti vguali ſi leua quanti diſuguali i rimanenti ſono diſuguali, ch'è il conuerſo del precedente corelario.

Regola VI.

Se quattro quanti ſono proportionali, ancora diuiſamente ſono proportionali, ſe però gli antecedeati, ſono maggiori de i conſeguenti.

Siano i quattro quanti proportionali, A B C D E F, lo A B, al C, & lo D E all'F, ſe A B & D E ſono maggiori di C & F.

6 A————————B 3 D——————————E
4 C———— 2 F————

Dico che gli auanzi di A B, ſopra C, & di D E ſopra F, comparati al C, & allo F ſono proportionali; la qual coſa coſi ſi proua. Siano G B, & H E, i detti auanzi. Hor per la ſcambiata proportionalità A B al D E, s'hà come C all'F, cioè come A G al D H; onde per la precedente G B allo H E, s'ha come A B al D E, ouero come C all'F, & un'altra uolta per la ſcambiata G B s'ha al C, come H E all'F, ch'è lo intento. Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti proportionali, de i quali, gli antecedenti ſiano maggiori de i conſeguenti. Adunque i quanti proportionali, de'quali, gli antecedenti ſiano maggiori de i conſeguenti, ſono ancora diuiſamente proportionali, ch'era da dimoſtrarſi.

Regola VII.

Se ſono quattro quanti proportionali, ancora nella ſtrauolta proportione, ſono proportionali, ſe gli antecedenti ſono maggiori de i conſeguenti.

Siano i quattro quanti proportionali, A B C D E F, lo A B, al C, & lo D E all'F, & A B ſia maggiore di C, nello G B, & D E di F nello F E.

6 A ———————— B 3 D ———————— E
4 C ———— 2 F ————

Dico che A B, antecedente al G B, auanzo di eſſo A B, ſopra il C conſeguente, s'ha come D E, antecedente allo H E, auanzo di eſſo antecedente ſopra F conſeguente, la qual coſa così ſi proua. per la ſcambiata proportionalità A B al D E, s'ha come C allo F, cioè come A G, al D H, & per il ſecondo corelario della quarta regola di queſto A B al D E, s'ha come G B allo H E, & vn'altra volta per la ſcambiata A B, primo al G B terzo, s'ha come D E ſecondo, allo H E quarto, ch'è lo intento.

Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti proportionali, de quali gli antecedenti ſieno maggiori de i conſeguenti; adunque i quanti proportionali, de' quali gli antecedenti ſiano maggiori de i conſeguenti, ſono ancora proportionali nella ſtrauolta proportione, ch'era da dimoſtrarſi.

Regola VIII.

Se ſono piu di due quanti, & ne ſieno altri tanti, che a due, a due habbiano ordinatamente la proportione de i primi nella proportione del pari, ſono proportionali.

Siano i tre quanti A B C, & ne ſieno tre altri D E F, & A al B, s'habbia come D allo E, & B al C, come lo E allo F.

6 A ———————— 4 D ————————
3 B ———— 2 E ————

3 C————— 2 . F———

Dico che A al C, s'ha come D all'F. La qual cosa così si manifesta. Per la seconda di questo C al B, s'ha come F allo E: onde A, & C al B, s'hanno come D & F allo E, & per la prima del secondo, la proportione di A al B, alla proportione di C, al B, s'ha come il quanto A al quanto C, & il quanto D al quanto F, che è lo intento.

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti, de'quali i secondi habbiano ordinatamente a due, a due la proportione de'primi. Adunque se sono piu di due quanti, & ne sieno altri tanti, che à due, à due, habbiano la proportione de i primi ordinatamente, ancora nella proportione del pari, sono proportionali, ch'era da dimostrarsi.

Regola VIIII.

Se sono piu di due quanti, & ne sieno altri tanti, che a due, a due habbiano turbatamente la proportione de i primi, nella proportione del pari sono proportionali.

Siano i tre quanti A B C, & ne sieno trè altri D E F, & A al B, s'habbia come E allo F, & B al C, come D all'E.

6 A—————— 3 D———

4 B——————— 3 E———

4 C——————— 2 F——

Dico che A al C, s'ha come D all'F, la qual cosa così si proua. Per la seconda di questo B, allo A, s'ha come lo F allo E, & dal presupposito, B al C, s'ha come D allo E: onde per la seconda del secondo, la proportione di B al C, alla proportione di B, allo A, s'ha come il quanto A al quanto C, & per la prima del medesimo, la proportione di D, allo E, ò di B al C, alla proportione di F allo E, ò di B, allo A, s'ha come il quanto D al quanto F: il che anco è dimostrato del quanto A, al quanto C, onde lo A al C, s'ha come il D, allo F, che è lo intento.

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti, de'quali ne sieno

altri tanti, che à due, à due, habbiano turbatamente la proportione de i primi. Adunque se sono piu di due quanti, & ne sieno altri tanti, che à due à due habbiano turbatamente la medesima proportione, de' primi, sono nella proportione del pari proportionali, ch'era da dimostrarsi.

Regola X.

Se sono sei quanti, de' quali il primo, & terzo al secondo, habbiano la proportione, ch'ha il quarto, & sesto al quinto, il primo & terzo tolti insieme al secondo, hanno la proportione del quarto, & sesto tolti insieme al quinto.

Siano i sei quanti A B C, & D E F, & la proportione di A al B, sia come la proportione di D allo E, & la proportione di C al B, come la proportione di F allo E.

6 A ——————— 3 D ————
4 B ———————— 2 E ————
2 C ———— 1 F ——

Dico che A, & C tolti insieme al B, s'hanno come D & F, tolti insieme allo E. Il che cosi si proua. Per lo secondo corelario della prima regola del secondo, lo A al C, s'ha come D allo F, perche A & C, al B dal presupposito, s'hanno come D & F allo E. Et per la prima di questo scambiatamente, lo A al D, & il B allo E, s'hanno come C allo F, & per la quarta di questo A & C insieme al D & F insieme, s'hanno come B allo E, & vna altra volta per la scambiata A & C insieme primo s'ha al B terzo, come D & F secondo allo E quarto, che e lo intento.

6 A ——————— 3 D ————
4 B ———————— 2 E ————
2 C ———— 1 F ——

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti, de' quali il primo, & terzo, al secondo habbiano la proportione del quarto, & sesto al quinto. Adunque se sono sei quanti, che il primo & terzo s'habbiano al secondo come il quarto, & sesto al quinto, anco-

ra il primo, & terzo tolti insieme al secondo, s'haueranno come il quarto, & sesto tolti insieme al quinto, ch'era da dimostrarsi.

Regola XI.

Se vno de i quattro quanti proportionali è maggiore de gli altri; vno de gli altri è minore. Et se il maggiore è antecedente, il minore è l'altro conseguente; & se il maggiore è conseguente, il minore, è l'altro antecedente.

Siano i quattro quanti proportionali A B C D, lo A al B, & C al D, se l'antecedente A, è maggiore di ciascuno de gli altri tre.

6 A————————— 4 C—————
3 B——— 2 D——

Dico che il conseguente D, è minore di A, di B, & di C, & se il conseguente B, è maggiore di ciascuno de gli altri tre. Dico che l'antecedente C, è minore di A, di B, & di D. Sia prima A maggiore perche A, è maggiore di B, il C, è maggiore di D; perche dal presupposito A al B, s'ha come C al D, & perche A, è maggiore di C, per la prima di questo, anco B, è maggiore di D. Adunque D, è minore di C, di B, & di A, che è lo intento. Se B, è maggiore si proua, che C, è minore di ciascuno de gli altri tre, in questo modo. Per la seconda di questo B, allo A, s'ha come D, al C, talche, essendo B maggiore di A, anco D è maggiore di C, & per la scambiata B al D, s'ha come A al C; onde ne segue, che essendo B maggiore di D, lo A sia maggiore di C. Adunque C, è minor di B, di D, & di A, che è lo intento.

6 A————————— 2 C—————
3 B——— 4 D——

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti proportionali. Adunque se sono quattro quanti proportionali, & vno d'essi sia maggiore de gli altri tre, vno de gli altri è minore, & se il maggiore è l'antecedente, il minore è l'altro conseguente, & se

il maggiore è il conſeguente,il minore è l'altro antecedente,che era da dimoſtrarſi.

Regola XII.

Se ſono quattro quanti proportionali, & ch'vno di eſſi ſia maggiore de gli altri; eſſo maggiore, & il minore tolti inſieme, ſono maggiori de gli altri due tolti inſieme.

Siano i quattro quãti pportionali, A B C D E F, lo A B al C, & D E, allo F, & ſia A B maggiore, F p la precedẽte, ſerà il minore.

4 G I K I 2 H I
6 A———B 3 D———E
4 C——— 2 F———

Dico che A B & F tolti inſieme ſono maggiori di C & D E, tolti inſieme: laqual coſa così ſi dimoſtra: intendaſi A G tolto di A B vguale al C, & D H tolto di D E vguale allo F, per la prima di queſto A G allo D H, s'ha come A B al D E, & per lo ſecondo corellario della quarta regola di queſto, il reſtante G B, al reſtante H E, s'ha come il tutto A B, al tutto D E, & dal preſuppoſito A B, e maggiore di D E, onde anco G B, è maggiore di H E. Hor intendaſi G K, vguale allo H E, ſerà G K, & lo F, vguali al D E, & A G dal preſuppoſito è vguale al C, onde G K, & lo F, & lo A G, tolti inſieme, ſono vguali al D E, & il C tolti inſieme. Adunque tutto lo A B, & lo F, ſono di quelli maggiori nel K B, che è lo intento.

Il medeſimo ſi dimoſtrerà di tutti i quanti proportionali, de' quali, vno ſia maggiore de gli altri. Adunque ſe ſono quattro quanti proportionali, & che vno di eſſi ſia maggiore de gli altri, eſſo maggiore, & il minore tolti inſieme, ſono maggiori de gli altri due tolti inſieme, che era da dimoſtrarſi.

A fine che ciaſcuno intenda, con quale ordine ſiano diſpoſte le vndeci Regole, della proportionalità poſte qui innanzi, Dico che le due vltime, ſono poſte in quel loco perche trattano accidenti diuerſi, da gli accidenti che trattano l'altre, & perche ſono meno vniuerſali di quelle; Delle noue che reſtano, le

tre

tre vltime ſono in quel loco: perche ſono piu compoſite del-l'altre eſſendo che ſono fatta da piu termini, & la prima, & ſe-conda di loro, ſolamente comparano i loro termini, & la terza i compone,& i compara, per lo che, ſono quelle piu ſemplici di queſta, eſſendo che prima è il ſemplice del compoſito. La pri-ma di quelle due, precede all'altra, perche è ordinata, & quella turbata. Delle altre ſei, le due prime comparano i loro termini ſenza comporli, & ſenza diuiderli, & le due ſeconde i compon-gono, & i comparano, & le due terze i deuidono, & i compa-rano, & ſono anco meno vniuerſali dell'altre, & è prima co-me ſi è detto il ſemplice del compoſito, & prima il compoſito del diuiſo. Oltre di ciò delle due prime, la prima precede, per-che compara i ſuoi termini diuerſamente; & la ſeconda al con-trario; Dell'altre due, la prima preciede, perche compone i ter-mini di vna proportione inſieme, & l'altra quelli di diuerſe pro portioni, & finalmente la prima dell'altre due preciede, perche compara drittamente, & l'altra ſtrauoltamente.

Se ſono otto quanti, de quali il quinto al primo, s'habbia co-me il ſeſto al terzo, & il ſettimo al ſecondo, come l'ottauo al quarto, & finalmente il quinto al ſettimo, come il ſeſto all'otta-uo. Il primo al ſecondo, s'ha come il terzo al quarto.

Queſta propoſta ho fatta oltre il numero delle regole, à fine che ſi vegga, che la quinta diffinitione del quinto libro de gli Elementi di Euclide, è propoſta dimoſtrabile, & non immedia-ta, come eſſo Euclide l'ha ſuppoſta: laquale io poteua dimoſtra-re ſpeciale de i moltiplici ſolamente, ma perche ciò s'hauerebbe fatto con i ſteſſi mezi, che vſo in queſta, l'ho fatta vniuerſale.

Siano otto quãti A primo, B ſecõdo, C terzo, D quarto, E quin to, F ſeſto, G ſettimo, & H ottauo, & E allo A, s'habbia come F, al C, & G al B, come H al D, & finalmẽte E al G, come F, allo H.

6 E————————   4 F——————
3 A—————   2 C———
2 B——————   1 D——
6 G————————   3 H——————

Dico

Dico che A, al B, s'ha come C, al D, la qual cosa in questo modo si proua. per la ottaua di questo A al G, s'ha come C allo H, & per la seconda del medesimo G allo A, s'ha come H al C, & dal presupposito G al B, s'ha come H al D, onde il quanto G, alli quanti B, & A, s'ha come il quanto H, alli quanti D & C, che per la seconda del secondo A al B, s'ha come C al D, che è lo intento.

Il medesimo si dimostrerà di tutti i quanti, che habbiano le conditioni dette di sopra. Adunque quando sono otto quanti, &c. ch'era da dimostrarsi.

Fine del terzo, & vltimo libro.

AVTOLYCI
DE SPHAERA
QVAE MOVETVR
LIBER